

**RAPPORT  
TECHNIQUE  
TECHNICAL  
REPORT**

**CEI  
IEC  
TR 62048**

Première édition  
First edition  
2002-05

---

---

**Fibres optiques –  
Fiabilité –  
Théorie de la loi de puissance**

**Optical fibres –  
Reliability –  
Power law theory**



Numéro de référence  
Reference number  
CEI/IEC/TR 62048:2002

## Numérotation des publications

Depuis le 1er janvier 1997, les publications de la CEI sont numérotées à partir de 60000. Ainsi, la CEI 34-1 devient la CEI 60034-1.

## Editions consolidées

Les versions consolidées de certaines publications de la CEI incorporant les amendements sont disponibles. Par exemple, les numéros d'édition 1.0, 1.1 et 1.2 indiquent respectivement la publication de base, la publication de base incorporant l'amendement 1, et la publication de base incorporant les amendements 1 et 2.

## Informations supplémentaires sur les publications de la CEI

Le contenu technique des publications de la CEI est constamment revu par la CEI afin qu'il reflète l'état actuel de la technique. Des renseignements relatifs à cette publication, y compris sa validité, sont disponibles dans le Catalogue des publications de la CEI (voir ci-dessous) en plus des nouvelles éditions, amendements et corrigenda. Des informations sur les sujets à l'étude et l'avancement des travaux entrepris par le comité d'études qui a élaboré cette publication, ainsi que la liste des publications parues, sont également disponibles par l'intermédiaire de:

- Site web de la CEI ([www.iec.ch](http://www.iec.ch))
- Catalogue des publications de la CEI

Le catalogue en ligne sur le site web de la CEI ([www.iec.ch/catlg-f.htm](http://www.iec.ch/catlg-f.htm)) vous permet de faire des recherches en utilisant de nombreux critères, comprenant des recherches textuelles, par comité d'études ou date de publication. Des informations en ligne sont également disponibles sur les nouvelles publications, les publications remplacées ou retirées, ainsi que sur les corrigenda.

- IEC Just Published

Ce résumé des dernières publications parues ([www.iec.ch/JP.htm](http://www.iec.ch/JP.htm)) est aussi disponible par courrier électronique. Veuillez prendre contact avec le Service client (voir ci-dessous) pour plus d'informations.

- Service clients

Si vous avez des questions au sujet de cette publication ou avez besoin de renseignements supplémentaires, prenez contact avec le Service clients:

Email: [custserv@iec.ch](mailto:custserv@iec.ch)  
Tél: +41 22 919 02 11  
Fax: +41 22 919 03 00

## Publication numbering

As from 1 January 1997 all IEC publications are issued with a designation in the 60000 series. For example, IEC 34-1 is now referred to as IEC 60034-1.

## Consolidated editions

The IEC is now publishing consolidated versions of its publications. For example, edition numbers 1.0, 1.1 and 1.2 refer, respectively, to the base publication, the base publication incorporating amendment 1 and the base publication incorporating amendments 1 and 2.

## Further information on IEC publications

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC, thus ensuring that the content reflects current technology. Information relating to this publication, including its validity, is available in the IEC Catalogue of publications (see below) in addition to new editions, amendments and corrigenda. Information on the subjects under consideration and work in progress undertaken by the technical committee which has prepared this publication, as well as the list of publications issued, is also available from the following:

- IEC Web Site ([www.iec.ch](http://www.iec.ch))
- Catalogue of IEC publications

The on-line catalogue on the IEC web site ([www.iec.ch/catlg-e.htm](http://www.iec.ch/catlg-e.htm)) enables you to search by a variety of criteria including text searches, technical committees and date of publication. On-line information is also available on recently issued publications, withdrawn and replaced publications, as well as corrigenda.

- IEC Just Published

This summary of recently issued publications ([www.iec.ch/JP.htm](http://www.iec.ch/JP.htm)) is also available by email. Please contact the Customer Service Centre (see below) for further information.

- Customer Service Centre

If you have any questions regarding this publication or need further assistance, please contact the Customer Service Centre:

Email: [custserv@iec.ch](mailto:custserv@iec.ch)  
Tel: +41 22 919 02 11  
Fax: +41 22 919 03 00

# RAPPORT TECHNIQUE TECHNICAL REPORT

**CEI  
IEC**

**TR 62048**

Première édition  
First edition  
2002-05

---

---

**Fibres optiques –  
Fiabilité –  
Théorie de la loi de puissance**

**Optical fibres –  
Reliability –  
Power law theory**

© IEC 2002 Droits de reproduction réservés — Copyright - all rights reserved

Aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'éditeur.

No part of this publication may be reproduced or utilized in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying and microfilm, without permission in writing from the publisher.

International Electrotechnical Commission, 3, rue de Varembé, PO Box 131, CH-1211 Geneva 20, Switzerland  
Telephone: +41 22 919 02 11 Telefax: +41 22 919 03 00 E-mail: inmail@iec.ch Web: www.iec.ch



Commission Electrotechnique Internationale  
International Electrotechnical Commission  
Международная Электротехническая Комиссия

CODE PRIX  
PRICE CODE

**XB**

Pour prix, voir catalogue en vigueur  
For price, see current catalogue

## SOMMAIRE

|                                                                        |    |
|------------------------------------------------------------------------|----|
| AVANT-PROPOS .....                                                     | 8  |
| 1 Domaine d'application.....                                           | 12 |
| 2 Liste des symboles .....                                             | 12 |
| 3 Approche générale.....                                               | 16 |
| 4 Types de formules .....                                              | 18 |
| 5 Mesure des paramètres de fiabilité des fibres .....                  | 20 |
| 5.1 Longueur et longueur équivalente .....                             | 20 |
| 5.2 Paramètres de fiabilité .....                                      | 22 |
| 5.2.1 Essai de sélection .....                                         | 22 |
| 5.2.2 Fatigue statique .....                                           | 22 |
| 5.2.3 Fatigue dynamique.....                                           | 24 |
| 5.3 Paramètres de la région de faible résistance .....                 | 24 |
| 5.3.1 Essai de sélection sous contrainte variable .....                | 24 |
| 5.3.2 Fatigue dynamique.....                                           | 28 |
| 5.4 Valeurs numériques mesurées .....                                  | 32 |
| 6 Exemples de calculs numériques .....                                 | 34 |
| 6.1 Calculs du taux de défaillance.....                                | 34 |
| 6.1.1 Formules de taux de défaillances dans un temps donné (DTD).....  | 34 |
| 6.1.2 Grandes longueurs sous traction.....                             | 34 |
| 6.1.3 Petites longueurs sous courbure uniforme.....                    | 38 |
| 6.2 Calculs de la durée de vie.....                                    | 42 |
| 6.2.1 Formules de la durée de vie.....                                 | 42 |
| 6.2.2 Grandes longueurs sous tension .....                             | 44 |
| 6.2.3 Petites longueurs sous courbure uniforme.....                    | 44 |
| 7 Fragilisation et défaillance de la fibre .....                       | 48 |
| 7.1 Croissance et fragilisation de fissure.....                        | 48 |
| 7.2 Défaillance de fissure .....                                       | 54 |
| 7.3 Caractéristiques des résultats généraux.....                       | 56 |
| 7.4 Contrainte et déformation .....                                    | 56 |
| 8 Essais de fatigue .....                                              | 58 |
| 8.1 Fatigue statique.....                                              | 58 |
| 8.2 Fatigue dynamique .....                                            | 62 |
| 8.2.1 Fatigue à la défaillance .....                                   | 62 |
| 8.2.2 Fatigue jusqu'à une contrainte maximale.....                     | 64 |
| 8.3 Comparaisons de la fatigue statique et dynamique .....             | 66 |
| 8.3.1 Ordonnées à l'origine (intersection) et paramètres obtenus ..... | 66 |
| 8.3.2 Durée .....                                                      | 66 |
| 8.3.3 Résistance dynamique et passive .....                            | 68 |
| 8.3.4 Non-linéarités des courbes.....                                  | 68 |
| 8.3.5 Environnements.....                                              | 70 |
| 9 Essai de sélection.....                                              | 70 |
| 9.1 Le cycle d'essai de sélection.....                                 | 70 |
| 9.2 Fragilisation des fissures au cours des essais de sélection. ....  | 72 |

## CONTENTS

|                                                     |    |
|-----------------------------------------------------|----|
| FOREWORD.....                                       | 9  |
| 1 Scope.....                                        | 13 |
| 2 List of symbols.....                              | 13 |
| 3 General approach .....                            | 17 |
| 4 Formula types.....                                | 19 |
| 5 Measuring parameters for fibre reliability.....   | 21 |
| 5.1 Length and equivalent length .....              | 21 |
| 5.2 Reliability parameters .....                    | 23 |
| 5.2.1 Prooftesting .....                            | 23 |
| 5.2.2 Static fatigue .....                          | 23 |
| 5.2.3 Dynamic fatigue .....                         | 25 |
| 5.3 Parameters for the low-strength region .....    | 25 |
| 5.3.1 Variable proofstress .....                    | 25 |
| 5.3.2 Dynamic fatigue .....                         | 29 |
| 5.4 Measured numerical values .....                 | 33 |
| 6 Examples of numerical calculations.....           | 35 |
| 6.1 Failure rate calculations.....                  | 35 |
| 6.1.1 FIT rate formulas .....                       | 35 |
| 6.1.2 Long lengths in tension .....                 | 35 |
| 6.1.3 Short lengths in uniform bending.....         | 39 |
| 6.2 Lifetime calculations .....                     | 43 |
| 6.2.1 Lifetime formulae.....                        | 43 |
| 6.2.2 Long lengths in tension .....                 | 45 |
| 6.2.3 Short lengths in uniform bending.....         | 45 |
| 7 Fibre weakening and failure .....                 | 49 |
| 7.1 Crack growth and weakening .....                | 49 |
| 7.2 Crack fracture.....                             | 55 |
| 7.3 Features of the general results .....           | 57 |
| 7.4 Stress and strain .....                         | 57 |
| 8 Fatigue testing.....                              | 59 |
| 8.1 Static fatigue .....                            | 59 |
| 8.2 Dynamic fatigue.....                            | 63 |
| 8.2.1 Fatigue to breakage .....                     | 63 |
| 8.2.2 Fatigue to a maximum stress .....             | 65 |
| 8.3 Comparisons of static and dynamic fatigue ..... | 67 |
| 8.3.1 Intercepts and parameters obtained .....      | 67 |
| 8.3.2 Time duration .....                           | 67 |
| 8.3.3 Dynamic and inert strengths.....              | 69 |
| 8.3.4 Plot non-linearities .....                    | 69 |
| 8.3.5 Environments.....                             | 71 |
| 9 Prooftesting .....                                | 71 |
| 9.1 The proofstress cycle .....                     | 71 |
| 9.2 Crack weakening during prooftesting .....       | 73 |

|        |                                                                         |     |
|--------|-------------------------------------------------------------------------|-----|
| 9.3    | Résistance minimale après essai de sélection.....                       | 74  |
| 9.3.1  | Retrait rapide de la charge.....                                        | 76  |
| 9.3.2  | Retrait lent de la charge.....                                          | 76  |
| 9.3.3  | Condition aux limites.....                                              | 78  |
| 9.4    | Variations de la contrainte de sélection.....                           | 80  |
| 10     | Probabilité de Weibull.....                                             | 80  |
| 10.1   | Statistiques de résistance sous tension uniforme.....                   | 80  |
| 10.1.1 | Distribution de probabilité unimodale.....                              | 80  |
| 10.1.2 | Distribution de probabilité bimodale.....                               | 84  |
| 10.2   | Statistiques de résistance pour d'autres géométries.....                | 84  |
| 10.2.1 | Non-uniformité de la contrainte.....                                    | 84  |
| 10.2.2 | Courbure uniforme.....                                                  | 86  |
| 10.2.3 | Flexion en deux points.....                                             | 88  |
| 10.3   | Fatigue statique de Weibull avant essai de sélection.....               | 88  |
| 10.4   | Fatigue dynamique de Weibull avant essai de sélection.....              | 92  |
| 10.5   | Weibull après essai de sélection.....                                   | 96  |
| 10.6   | Fatigue statique de Weibull après essai de sélection.....               | 102 |
| 10.7   | Fatigue dynamique de Weibull après essai de sélection.....              | 104 |
| 11     | Prédiction de la fiabilité.....                                         | 106 |
| 11.1   | La fiabilité sous contrainte générale et contrainte constante.....      | 106 |
| 11.2   | Durée de vie et taux de défaillance à partir des essais de fatigue..... | 110 |
| 11.3   | Assurance de survie après essai de sélection.....                       | 112 |
| 11.4   | Défaillances dans le temps.....                                         | 112 |
| 12     | Valeur $B$ : élimination à partir des formules et mesures.....          | 114 |
| 12.1   | Distribution de Weibull approximative après essai de sélection.....     | 114 |
| 12.1.1 | «Région à risque» au cours de l'essai de sélection.....                 | 114 |
| 12.1.2 | Autres approximations.....                                              | 116 |
| 12.2   | Durée de vie et taux de défaillance approximatifs.....                  | 122 |
| 12.3   | Estimation de la valeur $B$ .....                                       | 122 |
| 12.3.1 | Ordonnées à l'origine (intersection) des courbes de fatigue.....        | 124 |
| 12.3.2 | Contrainte de défaillance dynamique.....                                | 124 |
| 12.3.3 | Obtenir la résistance.....                                              | 124 |
| 12.3.4 | Mesure de contrainte en impulsion.....                                  | 124 |
| 12.3.5 | Mesure de la croissance de fissure.....                                 | 126 |
| 13     | Références.....                                                         | 126 |

Figure 1 – Courbe de Weibull de fatigue dynamique près du niveau de contrainte de sélection à la limite conventionnelle de déformation..... 30

Figure 2 – Taux DTD instantanés par km de fibre en fonction du temps pour des pourcentages contrainte appliquée / contrainte de sélection (de bas en haut) 10 %, 15 %, 20 %, 25 %, 30 %..... 36

Figure 3 – Taux DTD moyenné par km de fibre en fonction du temps pour des pourcentages contrainte appliquée / contrainte de sélection (de bas en haut) 10 %, 15 %, 20 %, 25 %, 30 %..... 36

Figure 4 – Taux DTD instantanés par mètre de fibre courbée en fonction du temps..... 40

Figure 5 – Taux DTD instantanés par mètre de fibre courbée en fonction du temps pour les diamètres de courbure (de haut en bas): 10 mm, 20 mm, 30 mm, 40 mm, 50 mm..... 40

Figure 6 – Durée de vie sur 1 km en fonction de la probabilité de défaillance pour des pourcentages contrainte appliquée / contrainte de sélection (de haut en bas): 10 %, 15 %, 20 %, 25 %, 30 %..... 44

|        |                                                                                                                                                         |     |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 9.3    | Minimum strength after prooftesting .....                                                                                                               | 75  |
| 9.3.1  | Fast unloading .....                                                                                                                                    | 77  |
| 9.3.2  | Slow unloading .....                                                                                                                                    | 77  |
| 9.3.3  | Boundary condition .....                                                                                                                                | 79  |
| 9.4    | Varying the prooftest stress .....                                                                                                                      | 81  |
| 10     | Weibull probability .....                                                                                                                               | 81  |
| 10.1   | Strength statistics in uniform tension .....                                                                                                            | 81  |
| 10.1.1 | Unimodal probability distribution .....                                                                                                                 | 81  |
| 10.1.2 | Bimodal probability distribution .....                                                                                                                  | 85  |
| 10.2   | Strength statistics in other geometries .....                                                                                                           | 85  |
| 10.2.1 | Stress non-uniformity .....                                                                                                                             | 85  |
| 10.2.2 | Uniform bending .....                                                                                                                                   | 87  |
| 10.2.3 | Two-point bending .....                                                                                                                                 | 89  |
| 10.3   | Weibull static fatigue before prooftesting .....                                                                                                        | 89  |
| 10.4   | Weibull dynamic fatigue before prooftesting .....                                                                                                       | 93  |
| 10.5   | Weibull after prooftesting .....                                                                                                                        | 97  |
| 10.6   | Weibull static fatigue after prooftesting .....                                                                                                         | 103 |
| 10.7   | Weibull dynamic fatigue after prooftesting .....                                                                                                        | 105 |
| 11     | Reliability prediction .....                                                                                                                            | 107 |
| 11.1   | Reliability under general stress and constant stress .....                                                                                              | 107 |
| 11.2   | Lifetime and failure rate from fatigue testing .....                                                                                                    | 111 |
| 11.3   | Certain survivability after prooftesting .....                                                                                                          | 113 |
| 11.4   | Failures in time .....                                                                                                                                  | 113 |
| 12     | <i>B</i> -value: elimination from formulae, and measurements .....                                                                                      | 115 |
| 12.1   | Approximate Weibull distribution after prooftesting .....                                                                                               | 115 |
| 12.1.1 | "Risky region" during prooftesting .....                                                                                                                | 115 |
| 12.1.2 | Other approximations .....                                                                                                                              | 117 |
| 12.1.3 | The dynamic Weibull distribution of equation (10.7.2) is .....                                                                                          | 121 |
| 12.2   | Approximate lifetime and failure rate .....                                                                                                             | 123 |
| 12.3   | Estimation of the <i>B</i> -value .....                                                                                                                 | 123 |
| 12.3.1 | Fatigue intercepts .....                                                                                                                                | 125 |
| 12.3.2 | Dynamic failure stress .....                                                                                                                            | 125 |
| 12.3.3 | Obtaining the strength .....                                                                                                                            | 125 |
| 12.3.4 | Stress pulse measurement .....                                                                                                                          | 125 |
| 12.3.5 | Flaw growth measurement .....                                                                                                                           | 127 |
| 13     | References .....                                                                                                                                        | 127 |
|        | Figure 1 – Weibull dynamic fatigue plot near the prooftest stress level .....                                                                           | 31  |
|        | Figure 2 – Instantaneous FIT rates per fibre km versus time for applied stress/prooftest stress percentages (bottom to top): 10, 15, 20, 25, 30 % ..... | 37  |
|        | Figure 3 – Averaged FIT rates per fibre km versus time for applied stress/prooftest stress percentages (bottom to top): 10, 15, 20, 25, 30 % .....      | 37  |
|        | Figure 4 – Instantaneous FIT rates per bent fibre metre versus time .....                                                                               | 41  |
|        | Figure 5 – Instantaneous FIT rates per bent fibre metre versus time for bend diameters (top to bottom): 10, 20, 30, 40, 50 mm .....                     | 41  |
|        | Figure 6 – 1-km lifetime versus failure probability for applied stress/prooftest stress percentages (top to bottom): 10, 15, 20, 25, 30 % .....         | 45  |

|                                                                                                                                                                                                      |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure 7 – Durées de vie par mètre de fibre courbée en fonction de la probabilité de défaillance pour les diamètres de courbure (bas-droite vers haut-gauche) 10 mm, 20 mm, 30 mm, 40 mm, 50 mm..... | 46 |
| Figure 8 – Fatigue statique: contrainte appliquée en fonction du temps pour une contrainte appliquée donnée.....                                                                                     | 60 |
| Figure 9 – Fatigue statique: données schématiques de temps de défaillance en fonction de la contrainte appliquée .....                                                                               | 60 |
| Figure 10 – Fatigue dynamique: contrainte appliquée en fonction du temps pour un taux donné de contrainte appliquée.....                                                                             | 62 |
| Figure 11 – Fatigue dynamique: données schématiques de temps de défaillance en fonction du taux de contrainte appliquée.....                                                                         | 64 |
| Figure 12 – Essai de sélection: Contrainte appliquée en fonction du temps.....                                                                                                                       | 72 |
| Figure 13 – Diagramme schématique de Weibull de fatigue statique .....                                                                                                                               | 92 |
| Figure 14 – Diagramme schématique de Weibull de fatigue dynamique .....                                                                                                                              | 94 |
| Tableau 1 – Taux DTD des figures 2 et 3 pour différents temps.....                                                                                                                                   | 38 |
| Tableau 2 – Taux DTD des figures 4 et 5 pour différents temps.....                                                                                                                                   | 42 |
| Tableau 3 – Taux DTD du tableau 2 – en négligeant la contrainte en fonction de la non-linéarité de la déformation .....                                                                              | 42 |
| Tableau 4 – Durées de vie sur 1 km de la figure 6 pour différentes probabilités de défaillance .....                                                                                                 | 46 |
| Tableau 5 – Durées de vie sur 1 m de la figure 7 pour différentes probabilités de défaillance .....                                                                                                  | 48 |
| Tableau 6 – Durées de vie du tableau 5 en négligeant la non-linéarité de la contrainte en fonction de la déformation .....                                                                           | 48 |



|                                                                                                                                                 |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure 7 – Lifetimes per bent fibre metre versus failure probability for bend diameters (bottom-right to top-left): 10, 20, 30, 40, 50 mm ..... | 47 |
| Figure 8 – Static fatigue: applied stress versus time for a particular applied stress.....                                                      | 61 |
| Figure 9 – Static fatigue: schematic data of failure time versus applied stress.....                                                            | 61 |
| Figure 10 – Dynamic fatigue: applied stress versus time for a particular applied stress rate.....                                               | 63 |
| Figure 11 – Dynamic fatigue: schematic data of failure time versus applied stress rate .....                                                    | 65 |
| Figure 12 – Proof testing: applied stress versus time .....                                                                                     | 73 |
| Figure 13 – Static fatigue schematic Weibull plot .....                                                                                         | 93 |
| Figure 14 – Dynamic fatigue schematic Weibull plot .....                                                                                        | 95 |
| Table 1 – FIT rates of figures 2 and 3 at various times.....                                                                                    | 39 |
| Table 2 – FIT rates of figures 4 and 5 at various times.....                                                                                    | 43 |
| Table 3 – FIT rates of table 2 neglecting stress versus strain non-linearity.....                                                               | 43 |
| Table 4 – One kilometer lifetimes of figure 6 for various failure probabilities.....                                                            | 47 |
| Table 5 – One-meter lifetimes of figure 7 for various failure probabilities.....                                                                | 49 |
| Table 6 – Lifetimes of table 5 neglecting stress versus strain non-linearity.....                                                               | 49 |

# COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

## FIBRES OPTIQUES – FIABILITÉ – THÉORIE DE LA LOI DE PUISSANCE

### AVANT-PROPOS

- 1) La CEI (Commission Électrotechnique Internationale) est une organisation mondiale de normalisation composée de l'ensemble des comités électrotechniques nationaux (Comités nationaux de la CEI). La CEI a pour objet de favoriser la coopération internationale pour toutes les questions de normalisation dans les domaines de l'électricité et de l'électronique. A cet effet, la CEI, entre autres activités, publie des Normes internationales. Leur élaboration est confiée à des comités d'études, aux travaux desquels tout Comité national intéressé par le sujet traité peut participer. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec la CEI, participent également aux travaux. La CEI collabore étroitement avec l'Organisation Internationale de Normalisation (ISO), selon des conditions fixées par accord entre les deux organisations.
- 2) Les décisions ou accords officiels de la CEI concernant les questions techniques représentent, dans la mesure du possible, un accord international sur les sujets étudiés, étant donné que les Comités nationaux intéressés sont représentés dans chaque comité d'études.
- 3) Les documents produits se présentent sous la forme de recommandations internationales. Ils sont publiés comme normes, spécifications techniques, rapports techniques ou guides et agréés comme tels par les Comités nationaux.
- 4) Dans le but d'encourager l'unification internationale, les Comités nationaux de la CEI s'engagent à appliquer de façon transparente, dans toute la mesure possible, les Normes internationales de la CEI dans leurs normes nationales et régionales. Toute divergence entre la norme de la CEI et la norme nationale ou régionale correspondante doit être indiquée en termes clairs dans cette dernière.
- 5) La CEI n'a fixé aucune procédure concernant le marquage comme indication d'approbation et sa responsabilité n'est pas engagée quand un matériel est déclaré conforme à l'une de ses normes.
- 6) L'attention est attirée sur le fait que certains des éléments du présent rapport technique peuvent faire l'objet de droits de propriété intellectuelle ou de droits analogues. La CEI ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié de tels droits de propriété et de ne pas avoir signalé leur existence.

La tâche principale des comités d'études de la CEI est l'élaboration des Normes internationales. Toutefois, un comité d'études peut proposer la publication d'un rapport technique lorsqu'il a réuni des données de nature différente de celles qui sont normalement publiées comme Normes internationales, cela pouvant comprendre, par exemple, des informations sur l'état de la technique.

La CEI 62048, qui est un rapport technique, a été établie par le sous-comité 86A: Fibres et câbles, du comité d'études 86 de la CEI: Fibres optiques.

Le texte de ce rapport technique est issu des documents suivants:

|                  |                 |
|------------------|-----------------|
| Projet d'enquête | Rapport de vote |
| 86A/611/CDV      | 86A/660/RVC     |

Le rapport de vote indiqué dans le tableau ci-dessus donne toute information sur le vote ayant abouti à l'approbation de ce rapport technique.

Cette publication a été rédigée selon les Directives ISO/CEI, Partie 3.

Ce document, purement informatif, ne doit pas être considéré comme une Norme internationale.

## INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

**OPTICAL FIBRES –  
RELIABILITY –  
POWER LAW THEORY**

## FOREWORD

- 1) The IEC (International Electrotechnical Commission) is a worldwide organization for standardization comprising all national electrotechnical committees (IEC National Committees). The object of the IEC is to promote international co-operation on all questions concerning standardization in the electrical and electronic fields. To this end and in addition to other activities, the IEC publishes International Standards. Their preparation is entrusted to technical committees; any IEC National Committee interested in the subject dealt with may participate in this preparatory work. International, governmental and non-governmental organizations liaising with the IEC also participate in this preparation. The IEC collaborates closely with the International Organization for Standardization (ISO) in accordance with conditions determined by agreement between the two organizations.
- 2) The formal decisions or agreements of the IEC on technical matters express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the relevant subjects since each technical committee has representation from all interested National Committees.
- 3) The documents produced have the form of recommendations for international use and are published in the form of standards, technical specifications, technical reports or guides and they are accepted by the National Committees in that sense.
- 4) In order to promote international unification, IEC National Committees undertake to apply IEC International Standards transparently to the maximum extent possible in their national and regional standards. Any divergence between the IEC Standard and the corresponding national or regional standard shall be clearly indicated in the latter.
- 5) The IEC provides no marking procedure to indicate its approval and cannot be rendered responsible for any equipment declared to be in conformity with one of its standards.
- 6) Attention is drawn to the possibility that some of the elements of this technical report may be the subject of patent rights. The IEC shall not be held responsible for identifying any or all such patent rights.

The main task of IEC technical committees is to prepare International Standards. However, a technical committee may propose the publication of a technical report when it has collected data of a different kind from that which is normally published as an International Standard, for example "state of the art".

IEC 62048, which is a technical report, has been prepared by subcommittee 86A: Fibres and cables, of IEC technical committee 86: Fibre optics.

The text of this technical report is based on the following documents:

|               |                  |
|---------------|------------------|
| Enquiry draft | Report on voting |
| 86A/611/CDV   | 86A/660/RVC      |

Full information on the voting for the approval of this technical report can be found in the report on voting indicated in the above table.

This publication has been drafted in accordance with the ISO/IEC Directives, Part 3.

This document which is purely informative is not to be regarded as an International Standard.

Le comité a décidé que le contenu de cette publication ne sera pas modifié avant 2005. A cette date, la publication sera

- reconduite;
- supprimée;
- remplacée par une édition révisée, ou
- amendée.

IECNORM.COM: Click to view the full PDF of IEC TR 62048:2002

Withdrawing

The committee has decided that the contents of this publication will remain unchanged until 2005. At this date, the publication will be

- reconfirmed;
- withdrawn;
- replaced by a revised edition, or
- amended.

IECNORM.COM: Click to view the full PDF of IEC TR 62048:2002

Withdrawn

# FIBRES OPTIQUES – FIABILITÉ – THÉORIE DE LA LOI DE PUISSANCE

## 1 Domaine d'application

Le présent document constitue un guide qui contient des formules permettant d'estimer la fiabilité des fibres soumises à une contrainte de service constante. Il se fonde sur une loi de puissance relative à la croissance de fissure, déduite de façon empirique, mais il existe d'autres lois qui ont une base plus physique (par exemple, la loi exponentielle). En général, toutes ces lois cadrent bien avec les données expérimentales obtenues à court terme, mais elles conduisent à des prédictions différentes à long terme. La loi de puissance a été choisie comme la représentation la plus raisonnable du comportement de fatigue par les experts de plusieurs organismes de normalisation.

La fiabilité est exprimée soit sous la forme d'une durée de vie prévue, soit sous la forme d'un taux de défaillance prévu. Les résultats ne peuvent pas être utilisés pour établir des spécifications ou pour comparer la qualité de différentes fibres. Le présent document développe les aspects théoriques qui sous-tendent les principes expérimentaux utilisés pour mesurer les paramètres des fibres nécessaires dans les formules de fiabilité. Ces aspects théoriques découlent pour la plupart de la littérature référencée et sont présentés ici de façon unifiée. Les résultats essentiels sont des formules relatives à la durée de vie ou au taux de défaillance, exprimées en fonction des paramètres mesurables. Inversement, il est possible de calculer une contrainte de service maximale autorisée ou une valeur extrême d'un autre paramètre pour une durée de vie ou un taux de défaillance admissible.

Pour des lecteurs qui sont uniquement intéressés par les résultats finaux du présent document – un résumé des formules utilisées et des exemples numériques de calcul de fiabilité des fibres – les articles 5 et 6 sont suffisants et indépendants. Les lecteurs qui désirent avoir des explications détaillées avec des dérivations algébriques trouveront ce qui les intéresse dans les articles 7 à 12. On a tenté d'homogénéiser l'approche et la notation afin de permettre aux lecteurs de suivre plus facilement la théorie. Cela devrait garantir également l'homogénéité de la notation utilisée dans toutes les procédures d'essai. L'article 13 présente un ensemble limité de références en majorité théoriques, mais il n'est pas nécessaire de les lire pour être en mesure de suivre le développement analytique du présent document.

NOTE Les articles 7 à 11 font référence à la valeur  $B$  et ceci uniquement dans le souci de présenter la théorie dans son intégralité. Il n'existe pas encore de méthode consensuelle permettant de mesurer  $B$ . L'article 12 présente un résumé analytique succinct de certaines méthodes proposées et développe, en outre, des résultats théoriques qui s'appliquent au cas particulier où la valeur  $B$  peut être négligée.

## 2 Liste des symboles

Les symboles sont donnés pour la plupart par ordre alphabétique, en alphabet latin et en alphabet grec. Le symbole est défini en premier dans le paragraphe (articles 7 à 11) indiqué.

NOTE La mention «dim» signifie «sans dimension»

## OPTICAL FIBRES – RELIABILITY – POWER LAW THEORY

### 1 Scope

This is a guideline technical report that gives formulae to estimate the reliability of fibre under a constant service stress. It is based on a power law for crack growth which is derived empirically, but there are other laws which have a more physical basis (for example, the exponential law). All these laws generally fit short-term experimental data well but lead to different long-term predictions. The power law has been selected as a most reasonable representation of fatigue behaviour, by the experts of several standard-formulating bodies.

Reliability is expressed as an expected lifetime or as an expected failure rate. The results can not be used for specifications or for the comparison of the quality of different fibres. The document develops the theory behind the experimental principles used in measuring the fibre parameters needed in the reliability formulae. Much of the theory is taken from the referenced literature and is presented here in a unified manner. The primary results are formulae for lifetime or for failure rate, given in terms of the measurable parameters. Conversely, an allowed maximum service stress or extreme value of another parameter may be calculated for an acceptable lifetime or failure rate.

For readers interested only in the final results of this technical report – a summary of the formulae used and numerical examples in the calculation of fibre reliability – clauses 5 and 6 are sufficient and self-contained. Readers wanting a detailed background with algebraic derivations will find this in clauses 7 to 12. An attempt is made to unify the approach and the notation to make it easier for the reader to follow the theory. Also, it should ensure that the notation is consistent in all test procedures. Clause 13 has a limited set of mostly theoretical references, but it is not necessary to read them to follow the analytical development in this technical report.

NOTE Clauses 7 to 11 reference the  $\beta$ -value, and this is done for theoretical completeness only. There are as yet no agreed methods for measuring  $\beta$ , so clause 12 gives only a brief analytical outline of some proposed methods, and furthermore develops theoretical results for the special case in which  $\beta$  can be neglected.

### 2 List of symbols

The symbols are listed mostly in alphabetical order, within the Latin and the Greek alphabets. The symbol is first defined in the subclause (clauses 7 to 11) indicated.

NOTE The remark "dim" means dimensionless.

| Symbole     | Unité                                | Nom                                                                                                 | Paragraphe |
|-------------|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| $a$         | $\mu\text{m}$                        | Profondeur de fissure                                                                               | 7.1        |
| $a_f$       | $\mu\text{m}$                        | Rayon de la fibre de verre                                                                          | 10.2       |
| $B$         | $\text{GPa}^2 \cdot \text{s}$        | Paramètre de préservation de la résistance de la fissure ou valeur $B$                              | 7.1        |
| $B_0$       | $\text{GPa}^2 \cdot \text{s}$        | Valeur $B$ de transition à la limite entre retrait lent et retrait rapide de la charge              | 9.3        |
| $c$         | dim                                  | Terme de non-linéarité pour la contrainte en fonction de la déformation                             | 7.4        |
| $C$         | dim                                  | Terme supplémentaire sans dimension, se rapportant à l'essai de sélection ou valeur $C$             | 10.5       |
| $C_0$       | dim                                  | Valeur de transition de $C$ à la limite entre retrait lent et retrait rapide de la charge           | 10.5       |
| $D$         | mm                                   | Séparation des axes de la fibre dans un cas de courbure en deux points                              | 10.2.3     |
| $E$         | GPa                                  | Module de Young                                                                                     | 7.4        |
| $E_0$       | GPa                                  | Module de Young en contrainte nulle                                                                 | 7.4        |
| $F$         | dim                                  | Probabilité de défaillance de la fibre                                                              | 11.1       |
| $K_I(t)$    | $\text{GPa} \cdot \mu\text{m}^{1/2}$ | Facteur d'intensité de contrainte                                                                   | 7.1        |
| $K_{Ic}(t)$ | $\text{GPa} \cdot \mu\text{m}^{1/2}$ | Facteur d'intensité de contrainte critique                                                          | 7.1        |
| $L$         | $\mu\text{m}$ à km                   | Longueur effective de la fibre sous contrainte uniforme, ou longueur de traction équivalente        | 10.1.1     |
| $L_b$       | $\mu\text{m}$ à km                   | Longueur de la fibre en courbure uniforme                                                           | 10.2.2     |
| $L_p$       | km                                   | Longueur moyenne de survie, ou longueur de survie, durant l'essai de sélection                      | 10.5       |
| $L_0$       | km                                   | Longueur en essai, longueur de référence                                                            | 10.1.1     |
| $m$         | dim                                  | Paramètre inerte de Weibull ou valeur $m$                                                           | 10.1.1     |
| $m_d$       | dim                                  | Valeur $m$ sous fatigue dynamique                                                                   | 10.4       |
| $m_s$       | dim                                  | Valeur $m$ sous fatigue statique                                                                    | 10.3       |
| $n$         | dim                                  | Paramètre de susceptibilité à la corrosion sous contrainte ou valeur $n$                            | 7.1        |
| $N_p$       | $\text{km}^{-1}$                     | Taux de casse moyen par unité de longueur au cours de l'essai de sélection                          | 10.5       |
| $N(S)$      | $\text{km}^{-1}$                     | Défauts par unité de longueur ne dépassant pas la résistance passive $S$                            | 10.1.1     |
| $P$         | dim                                  | Probabilité de survie de la fibre                                                                   | 10.1.1     |
| $P_p$       | dim                                  | Probabilité de survie de la fibre après essai de sélection                                          | 10.5       |
| $R$         | mm, m                                | Rayon de courbure de la fibre                                                                       | 10.2.2     |
| $S(t)$      | GPa                                  | Résistance «passive» d'une fissure                                                                  | 7.1        |
| $S_p$       | GPa                                  | Résistance après essai de sélection                                                                 | 9.2        |
| $S_{p,min}$ | GPa                                  | Résistance minimale après essai de sélection                                                        | 9.3        |
| $S_0$       | GPa                                  | Résistance en essai de Weibull                                                                      | 10.1.1     |
| $t$         | s à année                            | Variable de temps                                                                                   | 7.1        |
| $t_d$       | s à année                            | Temps jusqu'à la défaillance sous fatigue dynamique, ou temps de maintien dans l'essai de sélection | 8.2.1, 9.1 |
| $t_f$       | s à année                            | Durée de vie (temps jusqu'à la défaillance) sous contrainte constante ou essai de fatigue statique  | 7.2, 8.1   |
| $t_{fp}$    | s à année                            | Durée de vie après essai de sélection                                                               | 10.7       |
| $t_{fpmin}$ | s à année                            | Durée de vie minimale pour survie assurée après essai de sélection                                  | 10.7       |
| $t_f(1)$    | ---                                  | Intersection sur une courbe de fatigue statique                                                     | 8.1        |
| $t_l$       | ms                                   | Temps d'application sous contrainte en essai de sélection                                           | 9.1        |
| $t_p$       | ms                                   | Temps de sélection effectif                                                                         | 9.2        |



| Symbol       | Unit                                 | Name                                                                       | Clause and subclause |
|--------------|--------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| $A$          | $\mu\text{m}$                        | Flaw depth                                                                 | 7.1                  |
| $a_f$        | "                                    | Radius of glass fibre                                                      | 10.2                 |
| $B$          | $\text{GPa}^2 \cdot \text{s}$        | Crack strength preservation parameter or $B$ -value                        | 7.1                  |
| $B_0$        | "                                    | Transitional $B$ -value at the slow-unloading/fast-unloading boundary      | 9.3                  |
| $c$          | Dim                                  | Non-linearity term for stress versus strain                                | 7.4                  |
| $C$          | "                                    | Additive dimensionless proof test term or $C$ -value                       | 10.5                 |
| $C_0$        | "                                    | Transitional value of $C$ at the slow-unloading/fast-unloading boundary    | 10.5                 |
| $D$          | $\text{mm}$                          | Fibre-axe separation in two-point bending                                  | 10.2.3               |
| $E$          | $\text{GPa}$                         | Young's modulus                                                            | 7.4                  |
| $E_0$        | $\text{GPa}$                         | Zero-stress Young's modulus                                                | 7.4                  |
| $F$          | dim                                  | Fibre failure probability                                                  | 11.1                 |
| $K_I(t)$     | $\text{GPa} \cdot \mu\text{m}^{1/2}$ | Stress intensity factor                                                    | 7.1                  |
| $K_{Ic}(t)$  | $\text{GPa} \cdot \mu\text{m}^{1/2}$ | Critical stress intensity factor                                           | 7.1                  |
| $L$          | $\mu\text{m}$ to $\text{km}$         | Fibre effective length under uniform stress, or equivalent tensile length  | 10.1.1               |
| $L_b$        | $\mu\text{m}$ to $\text{km}$         | Fibre length in uniform bend                                               | 10.2.2               |
| $L_p$        | $\text{km}$                          | Mean survival length, or survival length, during proof testing             | 10.5                 |
| $L_0$        | $\text{km}$                          | Gauge length, reference length                                             | 10.1.1               |
| $m$          | dim                                  | "Inert" Weibull parameter or $m$ -value                                    | 10.1.1               |
| $m_d$        | dim                                  | $m$ -value under dynamic fatigue                                           | 10.4                 |
| $m_s$        | dim                                  | $m$ -value under static fatigue                                            | 10.3                 |
| $n$          | dim                                  | Stress corrosion susceptibility parameter or $n$ -value                    | 10.1                 |
| $N_p$        | $\text{km}^{-1}$                     | Mean break rate per unit length during proof testing                       | 10.5                 |
| $N(S)$       | $\text{km}^{-1}$                     | Flaws per unit length not exceeding inert strength $S$                     | 10.1.1               |
| $P$          | dim                                  | Fibre survival probability                                                 | 10.1.1               |
| $P_p$        | dim                                  | Fibre survival probability after proof testing                             | 10.5                 |
| $R$          | $\text{mm}$ , $\text{m}$             | Fibre bend radius                                                          | 10.2.2               |
| $S(t)$       | $\text{GPa}$                         | "Inert" strength of a crack                                                | 7.1                  |
| $S_p$        | $\text{GPa}$                         | Strength after proof testing                                               | 9.2                  |
| $S_{p\min}$  | $\text{GPa}$                         | Minimum strength after proof testing                                       | 9.3                  |
| $S_0$        | $\text{GPa}$                         | Weibull gauge strength                                                     | 10.1.1               |
| $t$          | $\text{s}$ to $\text{year}$          | Variable of time                                                           | 7.1                  |
| $t_d$        | $\text{s}$ to $\text{year}$          | Time to failure under dynamic fatigue, or proof testing dwelltime          | 8.2.1, 9.1           |
| $t_f$        | $\text{s}$ to $\text{year}$          | Lifetime (time to failure) under constant stress or static fatigue testing | 7.2, 8.1             |
| $t_{fp}$     | $\text{s}$ to $\text{year}$          | Lifetime after proof testing                                               | 10.7                 |
| $t_{fp\min}$ | $\text{s}$ to $\text{year}$          | Minimum lifetime for certain survival after proof testing                  | 10.7                 |
| $t_f(1)$     | ---                                  | Intercept on a static fatigue plot                                         | 8.1                  |
| $t_l$        | $\text{ms}$                          | Proof test load time                                                       | 9.1                  |
| $t_p$        | $\text{ms}$                          | Effective proof time                                                       | 9.2                  |

| Symbole          | Unité                                                   | Nom                                                                                               | Paragraphe |
|------------------|---------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| $t_u$            | ms                                                      | Temps de la mise hors contrainte en essai de sélection                                            | 9.1        |
| $t_0$            |                                                         | Paramètre d'échelonnage du temps de Weibull statique                                              | 10.3       |
| $V$              | $\mu\text{m/s}$                                         | Rapidité de croissance de fissure                                                                 | 7.1        |
| $V_C$            | $\mu\text{m/s}$                                         | Rapidité critique de croissance de fissure                                                        | 7.1        |
| $x$              | dim                                                     | Facteur liant la longueur courbée à une longueur de traction équivalente                          | 10.2.2     |
| $Y$              | dim                                                     | Paramètre de forme relatif à la géométrie d'une fissure                                           | 7.1        |
| $\alpha$         | dim                                                     | Rapport entre paramètres de la mise hors contrainte d'essai de sélection et paramètres de fissure | 9.3        |
| $\beta$          | $\text{GPa}^n \cdot \text{s} \cdot \text{km}^{(n-2)/m}$ | Valeur $\beta$ de Weibull                                                                         | 10.3, 10.4 |
| $\varepsilon$    | dim                                                     | Déformation correspondant à une contrainte particulière                                           | 7.4        |
| $\lambda_i$      | $\text{km}^{-1} \cdot \text{yr}^{-1}$                   | défaillances/longueur-temps (taux de défaillance instantané)                                      | 11.1       |
| $\lambda_a$      | $\text{km}^{-1} \cdot \text{yr}^{-1}$                   | Taux de défaillance moyenné                                                                       | 11.2       |
| $\sigma(t)$      | GPa                                                     | Contrainte appliquée à une fissure                                                                | 7.1        |
| $\sigma_a$       | GPa                                                     | Contrainte appliquée sous essai de fatigue statique et durée de vie                               | 8.1, 11.2  |
| $\dot{\sigma}_a$ | GPa/s                                                   | Taux de contrainte appliquée sous essai de fatigue dynamique                                      | 8.2.1      |
| $\sigma_f$       | GPa                                                     | Contrainte de défaillance sous essai de fatigue dynamique, sans essai de sélection                | 8.2.1      |
| $\sigma_{fp}$    | GPa                                                     | Contrainte de défaillance après essai de sélection                                                | 10.7       |
| $\sigma_{fmin}$  | GPa                                                     | Contrainte de défaillance minimale après essai de sélection                                       | 10.7       |
| $\sigma_f(1)$    | ---                                                     | Intersection sur une courbe de fatigue dynamique                                                  | 8.2.1      |
| $\sigma_p$       | GPa                                                     | Essai de sélection                                                                                | 9.1        |
| $\sigma_0$       | GPa                                                     | Paramètre d'échelonnage de contrainte dynamique de Weibull                                        | 10.4       |

### 3 Approche générale

Tout d'abord, on montre l'équivalence entre la croissance de fissure individuelle et sa fragilisation associée. Ceci est lié à la contrainte appliquée ou à la déformation considérée comme une fonction arbitraire du temps. La contrainte appliquée peut être appliquée jusqu'à la défaillance, ce qui permet de calculer la durée de vie d'une fissure. Ensuite, on examine les résultats des essais destructifs de fatigue statique et dynamique avec leurs relations réciproques. Ces essais mesurent des paramètres utiles pour la théorie. Ils mettent également en évidence la différence qui existe entre résistance «passive» et résistance «dynamique».

La théorie de la fissure unique présentée ci-dessus est ensuite étendue à une distribution statistique d'un grand nombre de fissures. On utilise à cette fin une distribution de probabilité de Weibull définie en termes de survie (ou de défaillance) et appliquée à la résistance. Cela permet de mettre en œuvre plusieurs géométries de déploiement dans des conditions d'essai et dans des conditions de service. La distribution inerte et les distributions obtenues au cours des essais de fatigue statique ou dynamique sont établies pour avant et après les essais de sélection. Cette opération s'effectue parfois avec des approximations pour lesquelles il n'est pas toujours nécessaire de connaître explicitement la valeur  $B$ . Enfin, les divers paramètres mesurés au cours des essais décrits ci-dessus sont reliés à des formules relatives à la fiabilité des fibres, c'est-à-dire la durée de vie et le taux de défaillance.

Les principales hypothèses utilisées dans le développement sont indiquées ci-dessous.

- La relation entre le facteur d'intensité de contrainte, la contrainte appliquée et la taille de la fissure est donnée par l'équation (7.1.1), alors que, à la défaillance, la relation entre le facteur d'intensité de contrainte critique, la résistance et la profondeur de fissure est donnée par l'équation (7.1.2).

| Symbol            | Unit                                                  | Name                                                                | Clause and subclause |
|-------------------|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|----------------------|
| $t_u$             | Ms                                                    | Proof test unload time                                              | 9.1                  |
| $t_0$             |                                                       | Static Weibull time-scaling parameter                               | 10.3                 |
| $V$               | $\mu\text{m/s}$                                       | Crack growth velocity                                               | 7.1                  |
| $V_C$             | $\mu\text{m/s}$                                       | Critical crack growth velocity                                      | 7.1                  |
| $x$               | dim                                                   | Factor relating bend length to equivalent tensile length            | 10.2.2               |
| $Y$               | dim                                                   | Crack geometry shape parameter                                      | 7.1                  |
| $\alpha$          | dim                                                   | Ratio of proof test unload parameters to crack parameters           | 9.3                  |
| $\beta$           | $\text{GPa}^n \cdot \text{s} \cdot \text{km}^{(n-2)}$ | Weibull $\beta$ -value                                              | 10.3, 10.4           |
| $\epsilon$        | dim                                                   | Strain corresponding to a particular stress                         | 7.4                  |
| $\lambda_i$       | $\text{km}^{-1} \cdot \text{yr}^{-1}$                 | Breaks/length-time (instantaneous failure rate)                     | 11.1                 |
| $\lambda_a$       | $\text{km}^{-1} \cdot \text{yr}^{-1}$                 | Averaged failure rate                                               | 11.2                 |
| $\sigma(t)$       | GPa                                                   | Stress applied to a crack                                           | 7.1                  |
| $\sigma_a$        | GPa                                                   | Applied stress under static fatigue testing and lifetime            | 8.1, 11.2            |
| $\dot{\sigma}_a$  | GPa/s                                                 | Applied stress rate under dynamic fatigue testing                   | 8.2.1                |
| $\sigma_f$        | GPa                                                   | Failure stress under dynamic fatigue testing, without proof testing | 8.2.1                |
| $\sigma_{fp}$     | GPa                                                   | Failure stress after proof testing                                  | 10.7                 |
| $\sigma_{fp\min}$ | GPa                                                   | Minimum failure stress after proof testing                          | 10.7                 |
| $\sigma_f(1)$     | ---                                                   | Intercept on a dynamic fatigue plot                                 | 8.2.1                |
| $\sigma_p$        | GPa                                                   | Proof test stress                                                   | 9.1                  |
| $\sigma_0$        | GPa                                                   | Dynamic Weibull stress-scaling parameter                            | 10.4                 |

### 3 General approach

First, the equivalence of the growth of an individual crack and its associated weakening is shown. This is related to applied stress or strain as an arbitrary function of time. Applied stress can be taken to fracture, from which the lifetime of the crack is calculated. Next, the destructive tests of static and dynamic fatigue are reviewed, along with their relationship to each other. These tests measure parameters useful in the theory. This also shows the difference between "inert" strength and "dynamic" strength.

The above single-crack theory is then extended to a statistical distribution of many cracks. This is done in terms of a survival (or failure) Weibull probability distribution in strength. It can allow for several deployment geometries in testing and service. The inert distribution and the distributions obtained by static or dynamic fatigue testing are derived for before and after proof testing. The latter is sometimes done with approximations that may not require knowing the  $B$ -value explicitly. Finally, the various parameters measured by the above testing are related to formulas for fibre reliability, that is, lifetime and failure rate.

Some of the main assumptions in the development are as indicated below.

- The relationship between the stress intensity factor, applied stress, and flaw size is given by equation (7.1.1), while at fracture the relationship between the critical stress intensity factor, strength, and flaw depth is given by equation (7.1.2).

- La vitesse de croissance de fissure est reliée au facteur d'intensité de contrainte par l'équation (7.1.4).
- La distribution de Weibull des contraintes (avant tout essai de sélection) est unimodale selon les équations (10.1.5) et (10.1.6) ou bimodale selon l'équation (10.1.11). Il est nécessaire d'utiliser la paire  $(m, S_0)$  qui convient pour le niveau de probabilité de survie souhaité et la longueur souhaitée. Les longueurs de déploiement varieront selon l'application, comme par exemple: fibres enroulées sur des bobines, dans un câble, dans des tiroirs d'épissures ou dans un connecteur ou dans d'autres types de composants. Toutefois, en raison des faibles niveaux de probabilités de défaillance voulus, le mode extrinsèque de faible résistance doit normalement être utilisé.
- Les valeurs des paramètres de fatigue, aussi bien statique que dynamique, dépendent de l'environnement de la fibre, du vieillissement de la fibre ainsi que du conditionnement préalable de la fibre avant les essais. Dans la théorie, elles sont considérées comme indépendantes du temps, de sorte qu'il est nécessaire d'avoir recours à un jugement technique pour choisir les valeurs pratiques à utiliser dans les calculs. Ceci implique également que les paramètres de fatigue statiques et de fatigue dynamique correspondants sont égaux (pour le même environnement et la même durée).
- Le vieillissement sous contrainte nulle n'est pas pris en compte. Etant donné que les paramètres indiqués ci-dessus sont indépendants du temps, la résistance diminue uniquement en raison de la fatigue sous contrainte conformément à la loi de puissance telle qu'indiquée en 7.1.

#### 4 Types de formules

Les formules utilisent des paramètres obtenus à partir d'essais de fatigue jusqu'à la défaillance et à partir d'essais de sélection avec des défaillances potentielles aléatoires. Dans les conditions de service qui nous intéressent, une fibre ayant une longueur effective (qui dépend de la géométrie de déploiement)  $L$  est soumise à des contraintes de service appliquées constantes qui ne varient pas avec le temps. (Il s'agit de contraintes de traction, qui comprennent les contraintes de courbure. Les contraintes de torsion ou de compression ne sont pas traitées.) La durée de vie en fonction de la probabilité de défaillance ou du taux de défaillance en fonction du temps est donnée.

Les formules supposent une distribution de Weibull avec des paramètres qui varient entre divers types de fibres et peut-être entre fibres du même type. De plus, ces paramètres varient en fonction de l'environnement et des niveaux de contraintes appliquées. La distribution de Weibull peut présenter plusieurs termes nominalement linéaires qui dépendent de différents niveaux de résistance de fissure. Il est important d'utiliser dans les formules les paramètres de Weibull qui correspondent au terme concerné. Ces paramètres sont obtenus à partir de mesures de fatigue. En règle générale, la région de faible résistance située près et en dessous de la contrainte de sélection est intéressante, et les mesures doivent être effectuées sur des grandes longueurs de fibre en essai et sur de nombreux échantillons pour que la longueur totale de fibre soumise à l'essai soit importante. Les paramètres mesurés sur un petit nombre d'échantillons de faible longueur, pour caractériser la région de forte résistance, seront différents des précédents. Ils ne doivent pas être utilisés dans les formules pour extrapoler vers des régions à probabilité réduite de résistance plus faible.

Dans les hypothèses de la loi de puissance mentionnées plus haut, les équations des articles 7 à 11 sont algébriquement «exactes». Cependant, dans certaines applications, certains termes peuvent être négligeables et des équations algébriques plus approximatives et plus simples sont données à l'article 12. Ceci offre l'avantage de ne pas nécessiter l'utilisation de la valeur  $B$ , pour laquelle il n'existe pas encore de méthode normalisée d'essai, et qui a été décrite comme pouvant couvrir plusieurs ordres de grandeur.

Même en utilisant ces formules, il n'existe pas de méthode sûre qui permette de prédire avec exactitude la fiabilité des fibres. Certaines fibres peuvent casser avant la plus prudente des prédictions, tandis que d'autres peuvent durer plus longtemps que la plus pessimiste des prédictions. Après fabrication de la fibre, fatigue ou dommage peut se produire au cours du

- The crack growth velocity is related to the stress intensity factor by equation (7.1.4).
- The Weibull distribution of stress (before any prooftesting) is unimodal according to equations (10.1.5) and (10.1.6) or bimodal according to equation (10.1.11). The  $(m, S_0)$  pair appropriate to the desired survival probability level and length must be used. Deployment lengths will differ upon the application such as fibre on reels, in cable, splice trays, or within a connector or other component. Because of the low failure probabilities desired, however, the low-strength extrinsic mode must usually be used.
- The values of the fatigue parameters, both static and dynamic, depend upon the fibre environment, fibre ageing, and fibre preconditioning prior to testing. In theory, they are taken to be independent of time, so that some engineering judgement is needed to decide the practical values to be used in the calculations. This also implies that the corresponding static and dynamic parameters equal each other (for the same environment and time duration).
- Zero-stress ageing is not accounted for. Since the above parameters are independent of time, the strength decreases due only to stress fatigue following the power law according to 7.1.

#### 4 Formula types

The formulae utilize parameters obtained from fatigue testing-to-failure, and from prooftesting with potential random failures. In the service condition of interest, a fibre of effective length  $L$  (dependent upon deployment geometry) is subjected to a constant applied service stress that does not change with time. (This stress is tensile, including bending stress. Torsional or compressive stresses are not covered.) The lifetime as a function of failure probability or failure rate as a function of time are given.

The formulae assume a Weibull distribution with parameters that vary among fibre types and perhaps among fibres of the same type. Moreover, they change with environment and applied stress levels. The Weibull distribution may have several nominally linear terms depending upon several levels of flaw strength. It is important that the Weibull parameters for the term of interest be used in the formulae. These are obtained from fatigue measurements. Generally, the low-strength region near the proofstress and below is of interest, and measurements must be on long fibre gauge lengths and with many samples so that the total fibre length tested is large. Parameters measured for a small number of short samples, characterizing the high-strength region, will differ from the preceding ones. They must not be used in the formulae to extrapolate to lower-strength lower-probability regions.

Within the above power-law assumptions, the equations of clauses 7 to 11 are algebraically "exact". However, in some applications, certain terms may be negligible, and more approximate and simpler algebraic equations are given in clause 12. This has the advantage that the  $B$ -value, for which there is yet no standard test method and which has been reported to span several orders of magnitude, is not required.

Even with these formulae, there is no assured way of accurately predicting fibre reliability. Some fibres may break before the most conservative of predictions, while others may last longer than the most pessimistic of predictions. After fibre manufacture, fatigue or damage may

câblage, de l'installation ou de la mise en service; habituellement ces aspects ne peuvent pas être pris en compte dans la théorie. Une approche de l'estimation de ces effets pourrait être obtenue en mesurant les paramètres de fibre, après chacune de ces phases, mais cela n'est pas fait couramment.

Toutes les équations sont numérotées par trois chiffres; les deux premiers chiffres correspondent aux deux chiffres du paragraphe de niveau 2 (par exemple 5.1 pour le paragraphe 5.1), le troisième chiffre indiquant l'ordre de l'équation à l'intérieur du paragraphe (par exemple l'équation [5.1.6] sera la sixième équation qui apparaît dans le paragraphe 5.1). Afin de faciliter la recherche des dérivations pour le lecteur, si nécessaire, les formules résumées dans les articles 5 et 6 portent la mention, entre parenthèses, des équations détaillées dans les articles 7 à 12. Néanmoins, il n'est pas nécessaire de se reporter aux dérivations pour être en mesure de suivre les articles 5 et 6 (Id : changer 2 et 3 – ancienne numérotation).

## 5 Mesure des paramètres de fiabilité des fibres

Cet article présente la façon dont les paramètres entrant dans les équations de fiabilité (durée de vie et taux de défaillance) sont obtenus avec une approximation de faible valeur  $B$ . Les paramètres de l'essai de sélection sont obtenus en soumettant à l'essai la longueur totale de fibre à déployer. Au contraire, les procédures de fatigue statique et dynamique utilisent toutes deux de nombreux échantillons courts. Ceux-ci sont utilisés pour obtenir des diagrammes linéaires de Weibull pour la probabilité de défaillance cumulative  $F$ , représentée en:  $\ln\ln\frac{1}{P}$  (où  $P = 1 - F$  est la probabilité de survie) en fonction du  $\ln$  d'une variable appropriée (temps de défaillance ou contrainte de défaillance). Pour les situations où le diagramme peut être ajusté à au moins deux sections rectilignes, il convient d'utiliser la section la plus proche de la contrainte de service anticipée pour obtenir les paramètres requis.

### 5.1 Longueur et longueur équivalente

La géométrie des conditions d'essai peut être différente de la géométrie des conditions de service. Le symbole  $L_0$  représente la longueur en essai pour l'essai de fatigue statique ou dynamique, alors que  $L$  est la longueur en service soumise à une contrainte de service appliquée constante. La longueur en essai est égale à la longueur effective seulement dans le cas d'une tension longitudinale. D'autres géométries requièrent l'utilisation de longueurs équivalentes.

Pour une courbure uniforme (par exemple, un enroulement sur mandrin), la longueur de courbure en service  $L_b$  est remplacée par une longueur de traction en service équivalente  $L$  donnée par

$$L \approx 0,4 \frac{L_b}{\sqrt{x}} \quad (10.2.6)$$

Le même rapport vaut entre la longueur de courbure en essai  $L_{b0}$  et la longueur en essai équivalente  $L_0$ . Dans cette équation on trouve le facteur

$$x = \frac{mn}{n-2} = m_s n = \frac{m_d n}{n+1} \quad (10.2.7)$$

en utilisant les paramètres de fatigue inerte, statique et dynamique respectivement, obtenus comme indiqué ci-dessous.

Pour la flexion en deux points, la longueur équivalente dépend de la contrainte appliquée dans une méthode complexe. Le calcul de la longueur en service équivalente pour une contrainte de service appliquée arbitraire est difficile. La longueur en essai équivalente est comprise approximativement entre 10  $\mu\text{m}$  et 30  $\mu\text{m}$ , en fonction de la contrainte de défaillance.



occur due to cabling, installation, or operation; this usually cannot be accounted for in the theory. A start on estimating these effects could be made by measuring the parameters of fibres after each of these stages, but this is not commonly done.

All the equations are numbered by three digits; the first two correspond to the two digits from the subclause (for example, 5.1 for subclause 5.1), and the third is the order of the equation within the subclause (for example, equation (5.1.6) will be the sixth equation which appears in subclause 5.1. For convenience in assisting the reader to find the derivations, if desired, the formulae summarized in clauses 5 and 6 include the indication in brackets of the equations listed in clauses 7 to 12. However, it is not necessary to refer to the derivations to be able to follow clauses 5 and 6 .

## 5 Measuring parameters for fibre reliability

This clause outlines how the parameters in the reliability (lifetime and failure rate) equations are obtained in the approximation of the small  $B$ -value. Proof test parameters are obtained from testing the full length of fibre to be deployed. By contrast, both static and dynamic fatigue procedures use many short-length test samples. These are used to obtain "linear" Weibull plots of the cumulative failure probability  $F$  scaled as  $\ln \ln \frac{1}{P}$  (where  $P = 1 - F$  is the survival probability) versus the  $\ln$  of a suitable variable (failure time or failure stress). For situations in which the plot may be fitted to two or more straight line parts, that part closest to the anticipated service stress should be used in obtaining the needed parameters.

### 5.1 Length and equivalent length

The testing and service geometries may differ from each other. The symbol  $L_0$  is the gauge length in static or dynamic fatigue testing, whereas  $L$  is the in-service length subjected to constant applied service stress. The gauge length equals the actual length only for the case of longitudinal tension. Other geometries require equivalent lengths.

For uniform bending (for example, mandrel wrap), the in-service bend length  $L_b$  is replaced by an equivalent in-service tensile length  $L$  given by

$$L \approx 0,4 \frac{L_b}{\sqrt{x}} \quad (10.2.6)$$

The same relationship holds between the gauge bend length  $L_{b0}$  and the equivalent gauge length  $L_0$ . In this equation there is the factor

$$x = \frac{mn}{n-2} = m_s n = \frac{m_d n}{n+1} \quad (10.2.7)$$

using inert, static fatigue, and dynamic fatigue parameters, respectively, as obtained below.

For two-point bending, the equivalent length depends upon the applied stress in a complex way. Computation of the equivalent in-service length for an arbitrary applied service stress is difficult. The equivalent gauge length is approximately 10  $\mu\text{m}$  to 30  $\mu\text{m}$ , depending upon the failure stress.

## 5.2 Paramètres de fiabilité

Ce paragraphe présente des méthodes qui sont couramment utilisées pour déduire ces paramètres.

### 5.2.1 Essai de sélection

- Obtenir le paramètre composé d'essai de sélection  $\sigma_p^n t_p$ , où  $\sigma_p$  représente la contrainte de sélection effective au cours du temps de maintien, et  $n$  le paramètre de susceptibilité à la corrosion sous contrainte (ou valeur  $n$ ). Le temps effectif d'essai de sélection est donné par

$$t_p = t_d + \frac{t_l + t_u}{n+1} \quad (9.2.2)$$

obtenu à partir du temps sous contrainte  $t_l$ , du temps de maintien  $t_d$ , et du temps de la mise hors contrainte  $t_u$ .

- (Facultatif): Si à partir de l'essai de sélection, le nombre moyen de défaillances  $N_p$  par longueur ou la longueur moyenne de survie  $L_p$  au cours de l'essai de sélection est connu(e), calculer

$$\beta = \frac{\sigma_p^n t_p}{N_p^m} = \frac{\sigma_p^n t_p L_p^m}{n-2} \quad (12.1.12)$$

où

$$\frac{m}{n-2} = m_s = \frac{m_d}{n+1} \quad (12.1.13)$$

si cela n'est pas possible, obtenir  $\beta$  en tant que paramètre d'ajustement à partir de 5.2.2, de 5.2.3, ou en 5.3.

### 5.2.2 Fatigue statique

- Obtenir la courbe de Weibull statique de probabilité graduée en fonction du  $\ln$  des temps de défaillance  $t_f$  pour toute contrainte particulière appliquée constante  $\sigma_a$ :

$$\ln \frac{1}{P_p(t_f)} = \left[ (t_f \sigma_a^n + t_p \sigma_p^n)^{m_s} - (t_p \sigma_p^n)^{m_s} \right] \frac{L}{\beta^{m_s}} \quad (12.1.14)$$

Déterminer les paramètres  $m_s$  et  $\beta$  à partir des caractéristiques de la courbe.

- Obtenir la ligne droite la mieux ajustée au  $\ln$  des temps de défaillance en fonction du  $\ln$  des contraintes appliquées:

$$\log t_f(\sigma_a) \approx \log t_f(1) - n \log \sigma_a \quad (8.1.4)$$

Mesurer le paramètre de susceptibilité à la corrosion sous contrainte statique en tant que pente négative  $-n$  de cette ligne. Le terme  $t_f(1)$  représente «l'intersection» de cette ligne sur l'axe de l'ordonnée, c'est-à-dire la valeur de temps de défaillance lorsque la contrainte appliquée est de l'ordre de l'unité. (Cette valeur dépendra des unités utilisées, et peut requérir une extrapolation linéaire au-delà des points de données. Elle n'a pas de dimension de temps.)



## 5.2 Reliability parameters

This subclause outlines methods that are commonly used to derive these parameters.

### 5.2.1 Proof testing

- Obtain the composite proof test parameter  $\sigma_p^n t_p$ , where  $\sigma_p$  is the actual proof test stress during dwell, and  $n$  is the stress-corrosion susceptibility parameter (or  $n$ -value). The effective proof time is given by

$$t_p = t_d + \frac{t_l + t_u}{n + 1} \quad (9.2.2)$$

obtained from the loadtime  $t_l$ , the dwelltime  $t_d$ , and the unloadtime  $t_u$ .

- (Optional): If from proof testing the mean number of breaks  $N_p$  per length or the mean survival length  $L_p$  during proof testing is known, calculate

$$\beta = \frac{\sigma_p^n t_p}{N_p^{\frac{n-2}{m}}} = \sigma_p^n t_p L_p^{\frac{n-2}{m}} \quad (12.1.12)$$

where

$$\frac{m}{n-2} = m_s = \frac{m_d}{n+1} \quad (12.1.13)$$

If this is not possible, obtain  $\beta$  as a fit parameter in 5.2.2, 5.2.3, or 5.3.

### 5.2.2 Static fatigue

- Obtain the static Weibull plot of scaled probability versus  $\ln$  of failure times  $t_f$  for any particular constant applied stress  $\sigma_a$ :

$$\ln \frac{1}{P_p(t_f)} = \left[ (t_f \sigma_a^n + t_p \sigma_p^n)^{m_s} - (t_p \sigma_p^n)^{m_s} \right] \frac{L}{\beta^{m_s}} \quad (12.1.14)$$

Determine parameters  $m_s$  and  $\beta$  from the characteristics of the plot.

- Obtain the best-fit straight line to the  $\ln$  of failure times versus the  $\ln$  of applied stresses:

$$\log t_f(\sigma_a) \approx \log t_f(1) - n \log \sigma_a \quad (8.1.4)$$

Measure the static stress-corrosion susceptibility parameter as the negative slope  $-n$  of this line. The term  $t_f(1)$  is the "intercept" of this line on the ordinate axis, that is, the value of failure time where the applied stress is unity. (This value will depend on the units used, and may require a straight-line extrapolation beyond the data points. It does not have the dimension of time.)

### 5.2.3 Fatigue dynamique

La CEI 60793-1-31<sup>1</sup> décrit la façon de mesurer la distribution de la résistance des fibres optiques à la fois sur des longueurs petites et sur de grandes longueurs.

- Obtenir la courbe de Weibull dynamique de probabilité graduée en fonction du  $\ln$  des contraintes de défaillance  $\sigma_f$  pour un taux donné de contrainte appliquée constante  $\dot{\sigma}_a$  :

$$\ln \frac{1}{P_p(\sigma_f)} = \left\{ \left[ \frac{\sigma_f^{n+1}}{(n+1)\dot{\sigma}_a} + \sigma_p^n t_p \right]^{\frac{m_d}{n+1}} - (\sigma_p^n t_p)^{\frac{m_d}{n+1}} \right\} \frac{L}{\beta^{\frac{m_d}{n+1}}} \quad (12.1.15)$$

Déterminer les paramètres  $m_d$  et  $\beta$  à partir des caractéristiques de la courbe.

- Obtenir la ligne droite la mieux ajustée au  $\ln$  des contraintes de défaillance en fonction du  $\ln$  des taux de contrainte appliquée :

$$\log \sigma_f(\dot{\sigma}_a) \approx \log \sigma_f(1) + \frac{\log \dot{\sigma}_a}{n+1} \quad (8.2.5)$$

Mesurer le paramètre de susceptibilité à la corrosion sous contrainte dynamique à partir de la pente  $\frac{1}{n+1}$  de cette ligne.

Le terme  $\sigma_f(1)$  représente «l'intersection» de cette ligne sur l'axe de l'ordonnée, c'est-à-dire la valeur de contrainte de défaillance lorsque le taux de contrainte appliquée est de l'ordre de l'unité. (Cette valeur dépendra des unités utilisées, et peut requérir une extrapolation linéaire au-delà des points de données. Elle n'a pas la dimension d'une contrainte.)

### 5.3 Paramètres de la région de faible résistance

Le présent paragraphe présente la façon de mesurer la distribution de résistance avec une probabilité suffisamment faible pour représenter la distribution des résistances à la défaillance près du niveau de contrainte de l'essai de sélection pour le deuxième mode de la distribution de Weibull (illustré en tant que région extrinsèque dans la figure 14). Normalement, la population de fibres a été soumise à un essai de sélection comme indiqué à l'article 9.

NOTE Ces pratiques sont utilisées uniquement pour caractériser les fibres et non pour établir des spécifications.

#### 5.3.1 Essai de sélection sous contrainte variable

Dans cette méthode (présentée brièvement en 9.4) une longueur totale de fibre est soumise à une contrainte de sélection donnée, une autre longueur à une contrainte de sélection plus élevée, et ainsi de suite sur plusieurs niveaux d'augmentation de la contrainte de sélection. La longueur de survie moyenne  $L_p$  (ou nombre de défaillances  $N_p$  par unité de longueur) est calculée pour chaque longueur et pour chaque niveau de contrainte. Ceci s'apparente à un essai de fatigue statique où la contrainte de défaillance (la contrainte de sélection  $\sigma_p$ ) varie. Néanmoins, le temps de défaillance n'excède pas le temps de sélection fixé  $t_p$ . Les valeurs  $n$  sont obtenues au moyen des mesures de fatigue indiquées en 5.2.

<sup>1</sup> CEI 60793-1-31:2001, *Fibres optiques – Partie 1-31: Méthodes de mesure et procédures d'essai – Résistance à la traction*

### 5.2.3 Dynamic fatigue

IEC 60793-1-31<sup>1</sup> describes how to measure both short-length and long-length strength distributions of optical fibres.

- Obtain the dynamic Weibull plot of scaled probability versus  $\ln$  of failure stresses  $\sigma_f$  for any particular constant applied stress rate  $\dot{\sigma}_a$ :

$$\ln \frac{1}{P_p(\sigma_f)} = \left\{ \left[ \frac{\sigma_f^{n+1}}{(n+1)\dot{\sigma}_a} + \sigma_p^n t_p \right]^{\frac{m_d}{n+1}} - (\sigma_p^n t_p)^{\frac{m_d}{n+1}} \right\} \frac{L}{\beta^{\frac{m_d}{n+1}}} \quad (12.1.15)$$

Determine parameters  $m_d$  and  $\beta$  from the characteristics of the plot.

- Obtain the best-fit straight line to the  $\ln$  of failure stresses versus the  $\ln$  of applied stress rates:

$$\log \sigma_f(\dot{\sigma}_a) \approx \log \sigma_f(1) + \frac{\log \dot{\sigma}_a}{n+1} \quad (8.2.5)$$

Measure the dynamic stress-corrosion susceptibility parameter from the slope  $\frac{1}{n+1}$  of this line.

The term  $\sigma_f(1)$  is the "intercept" of this line on the ordinate axis, that is, the value of failure stress where the applied stress rate is unity. (This value will depend on the units used, and may require a straight-line extrapolation beyond the data points. It does not have the dimension of stress.)

### 5.3 Parameters for the low-strength region

This subclause describes the way to measure the strength distribution at sufficiently low probability to represent the distribution of failure strengths near the proof test stress level for the second mode of the Weibull distribution (shown as the extrinsic region in figure 14). Normally, the fibre population has been proof tested once according to clause 9.

NOTE These implementations are used only for characterization and not for specification.

#### 5.3.1 Variable proof test stress

This method (briefly mentioned in 9.4) subjects a full length of fibre to a certain proof test stress, another length to a higher proof test stress, and so on for several increasing levels of proof test stress. The mean survival length  $L_p$  (or number of breaks  $N_p$  per unit length) is counted for each length and stress level. This resembles a static fatigue test in which the failure stress (the proof test stress  $\sigma_p$ ) varies. However, the failure time does not exceed the fixed proof time  $t_p$ . The  $n$ -values are obtained by the fatigue measurements of 5.2.

<sup>1</sup> IEC 60793-1-31:2001, *Optical fibres – Part 1-31: Measurement methods and test procedures – Tensile strength*.

Premièrement, il faut considérer le cas où il n'y aurait eu aucun essai de sélection initial en usine. A partir des équations (12.1.11) et (12.1.13) on obtient

$$\ln L_p + m_s(n \ln \sigma_p + \ln t_p - \ln \beta) = 0 \quad (5.3.1)$$

ainsi une courbe logarithmique indiquant la relation entre la longueur de survie moyenne et la contrainte de sélection, courbe qui devrait être proche d'une ligne droite.

La pente est  $-nm_s$ , alors que la contrainte et la longueur «intersection» sont  $\frac{1}{n}(\ln \beta - \ln t_p)$  et  $m_s(\ln t_p - \ln \beta)$ , respectivement.

Dans la référence [11], des fibres avec une gaine de 400  $\mu\text{m}$  et des longueurs initiales de 10 km à 15 km ont été utilisées, avec cinq allongements de sélection différents compris entre 0,8 % et 3,5 %. Il n'y a pas eu d'autres essai de sélection initial.

L'équation (5.3.1) est équivalente aux équations (18) à (20) de la référence [11] où  $C = \beta^{-m_s}$ .

Avec une durée  $t_d$  de 1 s, on obtient  $nm_s = 2,07$ , si bien qu'avec  $n = 20$ , on obtient  $m_s = 0,1035$ .

Egalement,  $m_s \ln t_p + \ln C = -2,09$ , d'où  $\beta^{m_s} = 8,085 \text{ GPa}^{nm_s} \cdot \text{s}^{m_s} \cdot \text{km}$ .

Plus fréquemment, un essai de sélection initial est effectuée en usine. Si la seconde contrainte de sélection est supérieure de façon significative à la première, alors l'équation (5.3.1) peut être encore utilisée.

Dans la référence [12], le niveau de la contrainte de sélection en usine n'était pas précisé. Une longueur minimale d'échantillon de 10 km ou 20 km a été utilisée, et les échantillons ont été soumis chacun à un niveau de contrainte choisi parmi cinq niveaux de contrainte de sélection compris entre 1 GPa et 4 GPa. La vitesse de l'essai de sélection a été réduite afin de minimiser la casse durant la phase d'accélération de démarrage. Donc, la durée  $t_d$  a été normalisée à 1 s en utilisant  $n = 23$ . Les probabilités de défaillance  $F$  par mètre ont été calculées pour chaque contrainte et ont été tracées pour rapprocher la ligne droite de la forme

$$\ln\left(\frac{1}{1-F}\right) = M \ln \sigma_p + \ln K \quad (5.3.2)$$

Avec un autre «ln» du côté gauche (apparemment manquant), ceci est équivalent à l'équation (10.3.2) relative à la fatigue statique (en ne prenant pas en compte l'essai de sélection initial) si

$$M \equiv nm_s \text{ et } K \equiv \left(\frac{t_d}{\beta}\right)^{m_s} \quad (5.3.3)$$

A partir de ceci, il a été possible de déterminer que  $M = 1,69$ ,

ce qui donne  $m_s = 0,0735$ , et  $K = 0,000418$ , donc  $\beta^{m_s} = 2,392 \text{ GPa}^{nm_s} \cdot \text{s}^{m_s} \cdot \text{km}$ .

First consider the case in which there is no initial proof test at manufacture. From equations (12.1.11) and (12.1.13) one has

$$\ln L_p + m_s(n \ln \sigma_p + \ln t_p - \ln \beta) = 0 \quad (5.3.1)$$

so a logarithmic plot of mean survival length versus proof test stress should be close to a straight line. The slope is  $-nm_s$ , while the stress and length “intercepts” are  $\frac{1}{n}(\ln \beta - \ln t_p)$  and  $m_s(\ln t_p - \ln \beta)$ , respectively.

In reference [11], fibres with a 400  $\mu\text{m}$  jacket and initial lengths of 10 km to 15 km were used, with five proof strains of 0,8 % to 3,5 %. There was no other initial proof test. Equation (5.3.1) is equivalent to equations (18) to (20) of reference [11] with  $C = \beta^{-m_s}$ . With a duration time  $t_d$  of 1 s, it was found that  $nm_s = 2,07$ , so that with  $n = 20$ , one has  $m_s = 0,1035$ . Also,  $m_s \ln t_p + \ln C = -2,09$ , so that  $\beta^{m_s} = 8,085 \text{ GPa}^{nm_s} \cdot \text{s}^{m_s} \cdot \text{km}$ .

More common is the case in which there is an initial proof test at manufacture. If the second proof test stress is significantly above the first, then equation (5.3.1) can still be used.

In reference [12], the proof test stress level at manufacture was not stated. A minimum sample length of 10 km or 20 km was used, and each sample was subjected to a different one of five proof test stress levels between 1 GPa and 4 GPa. The proof test speed was reduced to minimize breakage during the start-up acceleration period, so the duration time  $t_d$  was normalized to 1 s using  $n = 23$ . The failure probabilities  $F$  per meter were calculated for each stress and plotted to fit the straight line of the form

$$\ln\left(\frac{1}{1-F}\right) = M \ln \sigma_p + \ln K \quad (5.3.2)$$

With another “ln” on the left (apparently missing), this is equivalent to equation (10.3.2) for static fatigue (ignoring the initial proof testing) if

$$M \equiv nm_s \text{ and } K \equiv \left(\frac{t_d}{\beta}\right)^{m_s} \quad (5.3.3)$$

From this it was determined that  $M = 1,69$ , so we find  $m_s = 0,0735$ , and  $K = 0,000418$ , so that  $\beta^{m_s} = 2,392 \text{ GPa}^{nm_s} \cdot \text{s}^{m_s} \cdot \text{km}$ .

### 5.3.2 Fatigue dynamique

Il s'agit d'une forme d'essai dynamique avec élimination, comme cela est mentionné en 8.2.2 et avec plus de détails du dispositif dans la référence [5].

Une éprouvette est constituée d'une unique longueur de fibre en essai  $L_0$ . (Il est recommandé d'utiliser une longueur en essai  $L_0$  supérieure à 1 m, comprise par exemple entre 10 m et 20 m.) Un échantillon est un groupe d'éprouvettes d'une population donnée de fibres.

Chaque éprouvette est soumise à une contrainte de défaillance  $\sigma_f$ , ou, avec élimination, à une contrainte maximale (n'entraînant pas de défaillance)  $\sigma_{\max}$  (par exemple, 2,4 GPa, déformation d'environ 3,2 %, à partir de l'équation (7.4.2)).

La vitesse de déformation recommandée  $\dot{\sigma}_a$  est rapide (par exemple, supérieure à 200 %/min, environ 2,6 GPa/s, selon l'équation (7.4.1)).

La taille d'échantillon devrait être assez grande pour fournir une représentation adéquate du deuxième mode de Weibull (par exemple, de façon que 1 km de l'ensemble des éprouvettes subisse une défaillance).

Les données suivantes sont enregistrées:

- le nombre total d'éprouvettes mises à l'essai:  $N$ , qu'une défaillance se soit produite ou pas;
- les valeurs de contrainte de défaillance des éprouvettes qui ont subi une défaillance:  $\sigma_{fi}$  en GPa. Ici  $i$  représente l'ordre hiérarchique, établi par ordre croissant de contrainte de défaillance;
- le taux de contrainte (converti à partir de la vitesse de déformation):  $\dot{\sigma}_a$  en GPa/s;
- la longueur en essai des éprouvettes:  $L_0$  en km;

Une courbe de Weibull telle que celle illustrée dans la figure 1 peut également être produite (sans les ajustements de courbe). Les points sont des mesures obtenues pour des valeurs comprises entre 0,8 GPa et 2,4 GPa, sur une fibre optique en verre de silice à revêtement d'acrylate, avec un diamètre de gaine de 125  $\mu\text{m}$ .

#### Calcul des paramètres de Weibull

Ici, les données de la mesure sont analysées. Selon l'équation (10.1.6), l'échelle d'ordonnée de la probabilité cumulative de Weibull se présente sous la forme

$$\ln \left[ \ln \left( \frac{1}{1-F} \right) \right]$$

où  $F = 1 - P$  représente la probabilité de défaillance cumulative.

A partir de ceci, calculer

$$w_i = \ln \left[ -\ln \left( 1 - \frac{i}{N+1} \right) \right] \quad (5.3.4)$$

### 5.3.2 Dynamic fatigue

This is a form of dynamic testing with censoring, as mentioned in 8.2.2, and with more details on the apparatus given in reference [5].

A specimen is a single gauge length  $L_0$  of fibre. (A recommended gauge length  $L_0$  is longer than 1 m; for example, 10 m to 20 m.) A sample is a group of specimens from a given population of fibres.

Each specimen is loaded to a failure stress  $\sigma_f$ , or, with censoring, to a (non-failing) maximum stress  $\sigma_{\max}$  (for example, 2,4 GPa, about 3,2 % strain from equation (7.4.2)). The recommended strain rate  $\dot{\sigma}_a$  is fast (for example, greater than 200 %/min, about 2,6 GPa/s, from equation (7.4.1)). The sample size should be large enough to provide an adequate representation of the second Weibull mode (for example, so that 1 km of the total specimens fail).

The following data are recorded:

- the total number of specimens tested:  $N$ , whether or not failure occurred;
- the failure stress values of those specimens that failed:  $\sigma_{fi}$  in GPa. Here  $i$  is the rank order, sorted by increasing failure stress.
- the stress rate (converted from strain rate):  $\dot{\sigma}_a$  in GPa/s.
- the gauge length of the specimens:  $L_0$  in km.

A Weibull plot in the form of figure 1 may also be presented (without the curve fits). The points are measurements from about 0,8 GPa to 2,4 GPa, for an acrylate-coated fused silica fibre with a cladding diameter of 125  $\mu\text{m}$ .

#### Calculation of Weibull parameters

Here the data of the measurement is analysed. According to equation (10.1.6), the Weibull cumulative probability ordinate scale is of the form

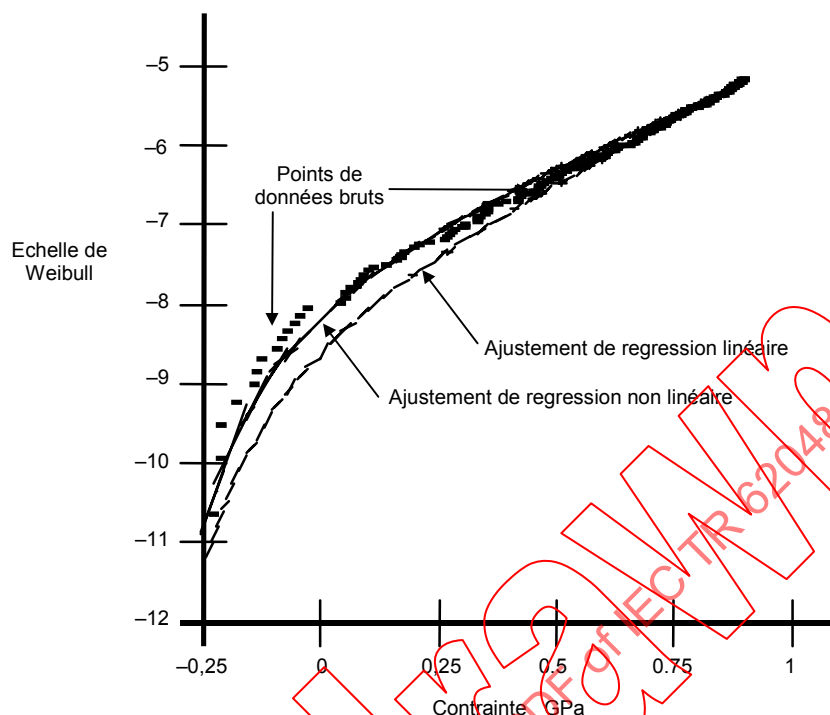
$$\ln \left[ \ln \left( \frac{1}{1-F} \right) \right],$$

where  $F = 1 - P$  is the cumulative failure probability.

Hence compute

$$w_i = \ln \left[ -\ln \left( 1 - \frac{i}{N+1} \right) \right] \quad (5.3.4)$$





**Figure 1 – Courbe de Weibull de fatigue dynamique près du niveau de contrainte de sélection à la limite conventionnelle de déformation**

Mettre sous forme exponentielle et utiliser une forme modifiée de l'équation (10.7.2):

$$\exp w_i = \frac{\sigma_{fi}^{m_d} L_0}{\left[ \dot{\sigma}_a (n+1) \beta \right]^{\frac{m_d}{n+1}}} \times \left\{ \left[ 1 + \frac{\dot{\sigma}_a (n+1) \sigma_p^n t_p}{\sigma_{fi}^{n+1}} \right]^{\frac{m_d}{n+1}} - \left[ \frac{\dot{\sigma}_a (n+1) \sigma_p^n t_p}{\sigma_{fi}^{n+1}} \right]^{\frac{m_d}{n+1}} \right\} \quad (5.3.5)$$

Ici la longueur  $L$  devient la longueur en essai  $L_0$ .

Deux ajustements sont utilisés pour cette équation.

#### Ajustement de régression linéaire

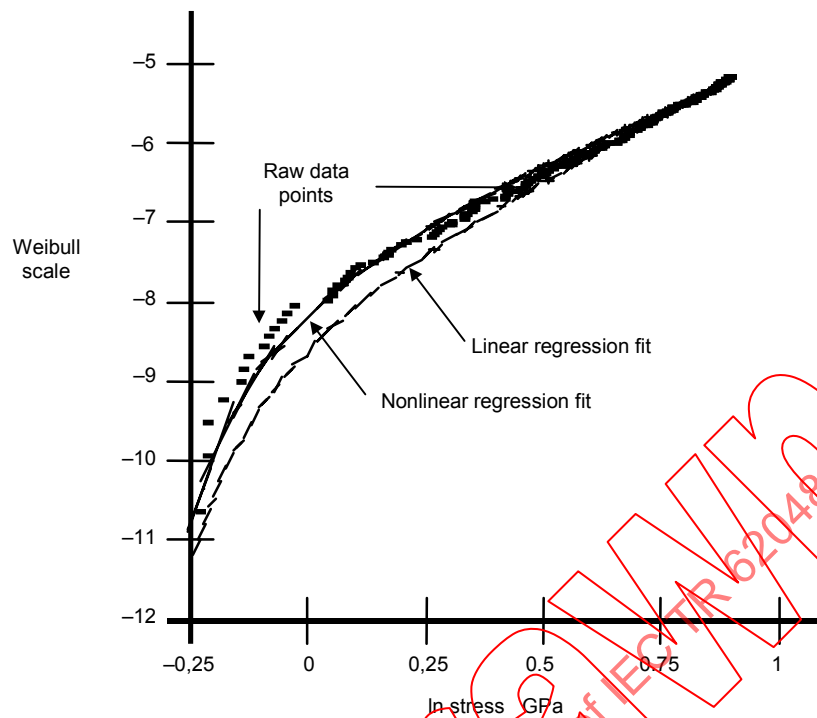
Pour des contraintes de défaillance élevées, le terme de l'équation (5.3.5) qui est inclus dans les parenthèses  $\{ \}$  se rapproche de l'unité. L'équation se rapproche de la forme «linéaire» des équations habituelles (10.4.2) et (10.4.4) sans essai de sélection:

$$w_i = A + m_d \ln \sigma_{fi} \quad (5.3.6)$$

où

$$\ln \beta = \frac{n+1}{m_d} (\ln L_0 - A) - \ln[(n+1) \dot{\sigma}_a] \quad (5.3.7)$$

A partir de là, pour une contrainte de défaillance plus élevée qu'une valeur choisie, trouver  $m_d$  et  $A$  tels que l'erreur des moindres carrés de  $w_i$  soit minimisée.



**Figure 1 – Weibull dynamic fatigue plot near the proofstress level**

Exponentiate this and use a rearranged form of equation (10.7.2):

$$\exp w_i = \frac{\sigma_{fi}^{m_d} L_0}{[\dot{\sigma}_a (n+1)\beta]^{m_d/n+1}} \times \left\{ \left[ 1 + \frac{\sigma_a (n+1)\sigma_p^n t_p}{\sigma_{fi}^{n+1}} \right]^{m_d/n+1} - \left[ \frac{\dot{\sigma}_a (n+1)\sigma_p^n t_p}{\sigma_{fi}^{n+1}} \right]^{m_d/n+1} \right\} \quad (5.3.5)$$

Here the length  $L$  becomes the testing gauge length  $L_0$ .

Two fits are used on this equation.

#### Linear regression fit

For large failure stresses, the term in equation (5.3.5) that is enclosed in curled brackets  $\{ \}$  approaches one. The equation approaches the "linear" form of the usual equations (10.4.2) and (10.4.4) without prooftesting:

$$w_i = A + m_d \ln \sigma_{fi} \quad (5.3.6)$$

where

$$\ln \beta = \frac{n+1}{m_d} (\ln L_0 - A) - \ln[(n+1)\dot{\sigma}_a] \quad (5.3.7)$$

Hence for failure stress greater than some selected value, find  $m_d$  and  $A$  such that the least squares error of  $w_i$  is minimized.

Cette procédure produit l'ajustement de régression linéaire illustré dans la figure 1. Clairement, il serait plus intéressant d'avoir un meilleur ajustement sur le côté gauche de cet ensemble de données, où les valeurs sont plus proches des applications intéressantes.

### Ajustement de régression non linéaire

Cet ajustement utilise les données des contraintes plus faibles où la courbure est apparente. Pour une valeur donnée de  $m_d$ , une valeur de  $\beta$  est calculée pour chaque contrainte de défaillance, et une valeur de la zone médiane des données intéressantes produit une courbe qui traverse cette zone. Le résultat produit une somme des carrés des erreurs résiduelles pour la courbe entière, et  $m_d$  est modifié pour rendre minimale la somme. Les phases sont indiquées dans la liste ci-dessous.

- Définir un éventail de données servant de base pour l'ajustement. Cet éventail est ici constitué en se servant des valeurs de  $\ln \sigma_{fi}$  comprises entre 0 et 0,5.
- Choisir une valeur de  $m_d$ .
- Calculer  $\ln \beta_i$  pour chaque contrainte de défaillance dans la région définie en utilisant l'équation (5.3.5).
- Ajuster  $\ln \beta$  avec la médiane des valeurs  $\ln \beta_i$  calculées.
- Calculer  $w_{out_i}$  en utilisant l'équation (5.3.5) et la valeur  $\beta$  indiquée ci-dessus.
- Calculer les carrés des résidus  $(w_i - w_{out_i})^2$ , puis calculer la somme des carrés des résidus.
- Modifier  $m_d$  comme dans la deuxième phase, et reprendre les phases restantes pour minimiser la somme.

Cette procédure produit l'ajustement de régression non linéaire de la figure 5.1.

### 5.4 Valeurs numériques mesurées

Dans ce paragraphe, des valeurs expérimentales sont obtenues en se servant des mesures indiquées en 5.3.2. Elles vont être utilisées dans les calculs de l'article 6.

En 5.2.1, le paramètre composé d'essai de sélection est  $\sigma_p^n t_p = 8,8849 \times 10^{-5} \text{ GPa}^n \cdot \text{s}$ , avec une charge nominale unitaire  $\sigma_p = 0,69 \text{ GPa}$  ( $\ln \sigma_p = -0,37$  dans la figure 1). A partir de 5.2.3  $n = 20$  est obtenu, et en 5.3.2, le taux de contrainte est  $\dot{\sigma}_a = 4,59477 \text{ GPa/s}$  pour une longueur en essai  $L_0 = 20 \text{ m}$ . L'ajustement non linéaire donne la valeur  $m_d = 2,359$  et  $\ln \beta = 25,499$ .

Noter que  $\beta$  a l'unité  $\text{GPa}^n \cdot \text{s} \cdot \text{km}^{\frac{n+1}{m_d}}$ .

On aura également besoin dans le paragraphe suivant de la valeur statique

$$m_s = \frac{m_d}{n+1} \quad (10.4.8)$$

qui d'après le paragraphe précédent est égale à: 0,11233.

Noter également que  $\beta$  a maintenant l'unité  $\text{GPa}^n \cdot \text{s} \cdot \text{km}^{\frac{1}{m_s}}$ , et

que  $\beta^{m_s} = 17,538 \text{ GPa}^{nm_s} \cdot \text{s}^{m_s} \cdot \text{km}$ .

Les deux valeurs s'accordent de façon raisonnable avec celles indiquées en 5.3.1.

This procedure produces the linear regression fit in figure 1. Clearly, it would be better to have a closer fit at the left side of this data set, where the values are closer to the applications of interest.

### Non-linear regression fit

This uses lower-stress data, where the curvature is apparent. Given a value of  $m_d$ , a value of  $\beta$  is computed for each failure stress, and a value from the middle of the data of interest produces a curve that goes through that area. The result produces a sum of squared errors for the entire curve, and  $m_d$  is varied to minimize the sum. The steps are indicated below.

- Define a range of data in which the fit is to be forced. Here it is constructed using  $\ln \sigma_{fi}$  values between 0 and 0,5.
- Select a value of  $m_d$ .
- Compute  $\ln \beta_i$  for each failure stress in the defined region using equation (5.3.5).
- Set  $\ln \beta$  equal to the median of the computed  $\ln \beta_i$  values.
- Compute  $wout_i$  using equation (5.3.5) and the above value of  $\beta$ .
- Compute the squared errors  $(w_i - wout_i)^2$ , and then compute the sum of squared errors.
- Vary  $m_d$  as in the second step, and repeat the remaining steps to minimize the sum.

The procedure produces the non-linear regression fit in figure 1.

### 5.4 Measured numerical values

In this subclause, experimental values resulting from the measurements of 5.3.2 are obtained. They will be used in the calculations of clause 6.

In 5.2.1, the composite proof test parameter is  $\sigma_{p tp}^n = 8,8849 \times 10^{-5} \text{ GPa}^n \cdot \text{s}$ , with a nominal proof stress of  $\sigma_p = 0,69 \text{ GPa}$  ( $\ln \sigma_p = -0,37$  in figure 1). From 5.2.3  $n = 20$  is obtained, and in 5.3.2 the stress rate is  $\sigma_d = 4,59477 \text{ GPa/s}$  for a gauge length  $L_0 = 20 \text{ m}$ . The non-linear fit gives

the values  $m_d = 2,359$  and  $\ln \beta = 25,499$ . Note that  $\beta$  has the unit  $\text{GPa}^n \cdot \text{s} \cdot \text{km}^{\frac{n+1}{m_d}}$ .

The static value will also be needed in the following subclause

$$m_s = \frac{m_d}{n+1} \quad (10.4.8)$$

which according to the above subclause equals 0,11233. Note too that  $\beta$  now has the unit  $\text{GPa}^n \cdot \text{s} \cdot \text{km}^{\frac{1}{m_s}}$  and that  $\beta^{m_s} = 17,538 \text{ GPa}^{nm_s} \cdot \text{s}^{m_s} \cdot \text{km}$ .

The two values are in reasonable agreement with those of 5.3.1.

## 6 Exemples de calculs numériques

Les valeurs numériques obtenues expérimentalement en 5.4 sont utilisées pour les calculs décrits ci-dessous. Les résultats seront conservateurs étant donné que la valeur  $B$  explicite est négligée; des taux de défaillances plus faibles et des durées de vie plus longues seraient obtenus si cette valeur était incluse dans les calculs. (Le degré d'amélioration augmente en fonction de l'augmentation de  $B$ .) Les résultats des calculs peuvent varier considérablement en fonction du choix des valeurs des paramètres. Ces valeurs sont liées les unes aux autres, et une modification de l'un des paramètres affectera les valeurs des autres paramètres. Dans l'idéal, les valeurs des paramètres devraient être obtenues en se servant de données expérimentales.

Si la probabilité de défaillance  $F = 1 - P$  est de  $10^{-3}$  ou inférieure (en général la région qui présente un intérêt pratique), le terme  $\ln \frac{1}{P}$  dans les formules données ci-dessous peut être remplacé par  $F$  avec une exactitude de 0,5 % ou meilleure, mais cela n'a pas été fait pour les résultats numériques indiqués ci-dessous.

Etablir 
$$t_f(\text{sec}) = 31.577.600 t_y(\text{yr}) \quad (11.4.5)$$

Enfin, la notation «5,45 E-10» signifie «5,45 x 10<sup>-10</sup>».

### 6.1 Calculs du taux de défaillance

Calculer les taux de défaillance  $\lambda$  qui seraient obtenus à différents niveaux de contrainte statique  $\sigma_a$  en fonction du temps de service  $t_y$  en années.

#### 6.1.1 Formules de taux de défaillances dans un temps donné (DTD)

Le taux de défaillance instantané est

$$\lambda_i(t_f) = 3,6 \times 10^{12} m_s \left( \frac{\sigma_a}{\beta} \right)^{m_s} \left[ t_f + t_p \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_a} \right)^n \right]^{m_s-1} \quad (12.2.2)$$

Le taux de défaillance moyenné est

$$\lambda_a(t_f) = \frac{3,6 \times 10^{12}}{t_f L} \left\langle 1 - \exp \left[ \left( t_p \sigma_p^n \right)^{m_s} - \left( t_f \sigma_a^n + t_p \sigma_p^n \right)^{m_s} \right] \frac{L}{\beta^{m_s}} \right\rangle \quad (12.2.3)$$

#### 6.1.2 Grandes longueurs sous traction

Utiliser différentes contraintes appliquées en tant que fraction de la contrainte de sélection nominale dans les équations présentées ci-dessus, pour une longueur de fibre  $L = 1$  km. En fonction du temps sur une durée de 50 ans, ces valeurs donnent les tracés de taux de défaillance instantanés et moyennés des figures 2 et 3, respectivement. Les valeurs correspondantes sont indiquées dans le tableau 1. (Le temps zéro est évité à cause de la singularité qu'y présente le taux de défaillance moyenné.)

Deux points méritent d'être signalés. Premièrement, tous les taux de défaillance sont presque constants au cours du temps, spécialement pour les contraintes plus faibles. Ceci indique une augmentation quasiment linéaire des défaillances cumulées totales au cours du temps. Deuxièmement, et en conséquence, il y a peu de différence pratique entre les valeurs des taux de défaillance instantanés et moyennés.

## 6 Examples of numerical calculations

The numerical values experimentally obtained in 5.4 are used in the calculations below. The results will be conservative since the explicit  $B$ -value is neglected; lower failure rates and longer lifetimes would be obtained if this value were included. (The degree of improvement increases as  $B$  increases.) The results of the calculations can be quite sensitive to the choice of parameter values. These values are related to each other, and a change in one parameter will affect the values of other parameters. Ideally, the parameter values should be obtained on the basis of experimentation.

If the failure probability  $F = 1 - P$  is  $10^{-3}$  or less (generally the region of practical interest), the term  $\ln \frac{1}{P}$  in the formulae below may be replaced by  $F$  to an accuracy of 0,5 % or better, but this has not been done in the numerical results given here. Set

$$t_f(\text{sec}) = 31\,577\,600\, t_y(\text{yr}) \quad (11.4.5)$$

Finally, the notation "5,45 E-10" means " $5,45 \times 10^{-10}$ ".

### 6.1 Failure rate calculations

Compute the failure rates  $\lambda$  that would occur at various static stress levels  $\sigma_a$  as a function of service time  $t_y$  in years.

#### 6.1.1 FIT rate formulas

The instantaneous failure rate is

$$\lambda_i(t_f) = 3,6 \times 10^{12} m_s \left( \frac{\sigma_a}{\beta} \right)^{m_s} \left[ t_f + t_p \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_a} \right)^n \right]^{m_s-1} \quad (12.2.2)$$

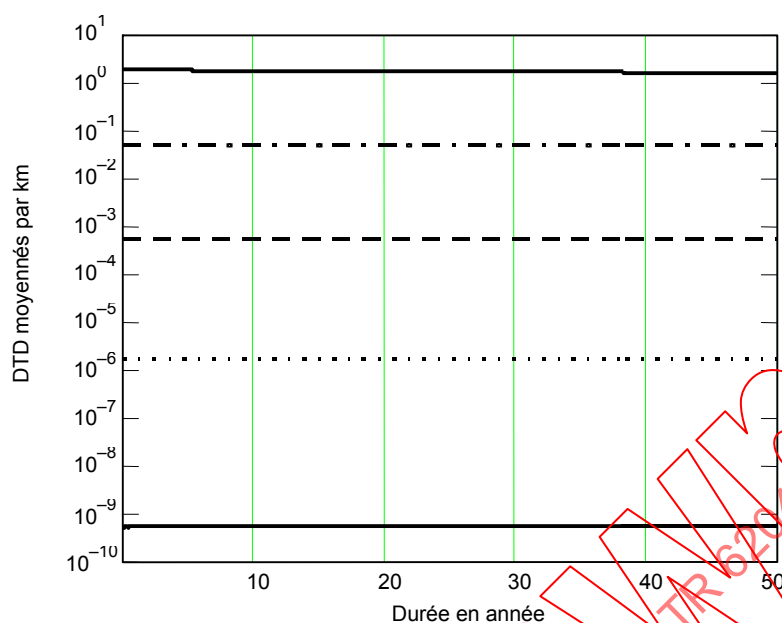
The averaged failure rate is

$$\lambda_a(t_f) = \frac{3,6 \times 10^{12}}{t_f L} \left\langle 1 - \exp \left\{ \left[ \left( t_p \sigma_p^n \right)^{m_s} - \left( t_f \sigma_a^n + t_p \sigma_p^n \right)^{m_s} \right] \frac{L}{\beta^{m_s}} \right\} \right\rangle \quad (12.2.3)$$

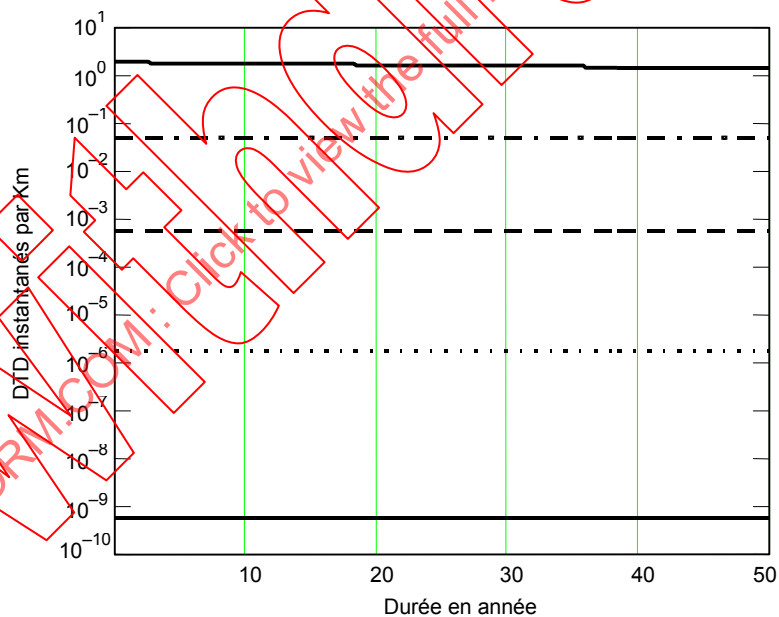
#### 6.1.2 Long lengths in tension

Use several applied stresses, as a fraction of the nominal proofstress, in the above equations for a fibre length  $L = 1$  km. As a function of time out to 50 years, these give the instantaneous and averaged failure rate plots of figures 2 and 3, respectively. The corresponding values are given in table 1. (Zero time is avoided because of the singularity shown there of the averaged failure rate.)

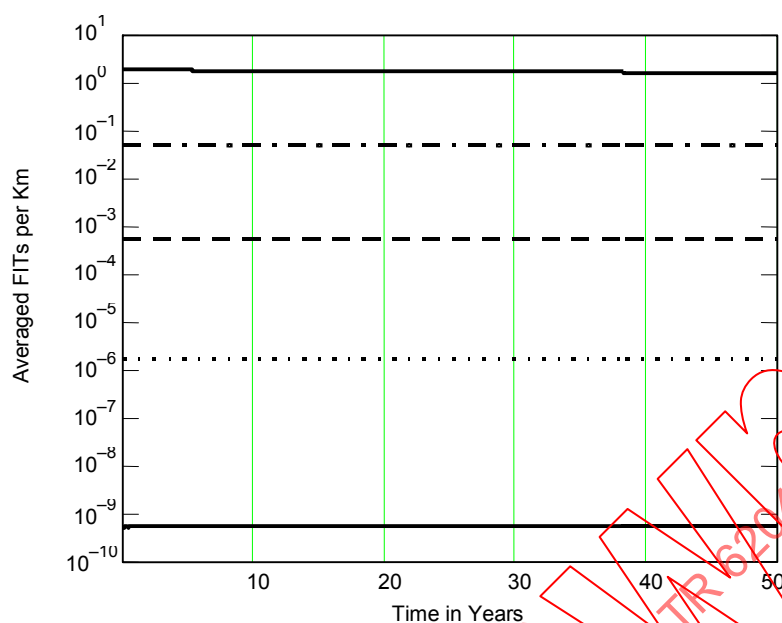
Two points are worth noting. First, all the failure rates are almost constant over time, especially at the lower stresses. This indicates an almost linear increase in total cumulative failures with time. Secondly, and because of this, there is little practical difference in the values between the instantaneous and averaged failure rates.



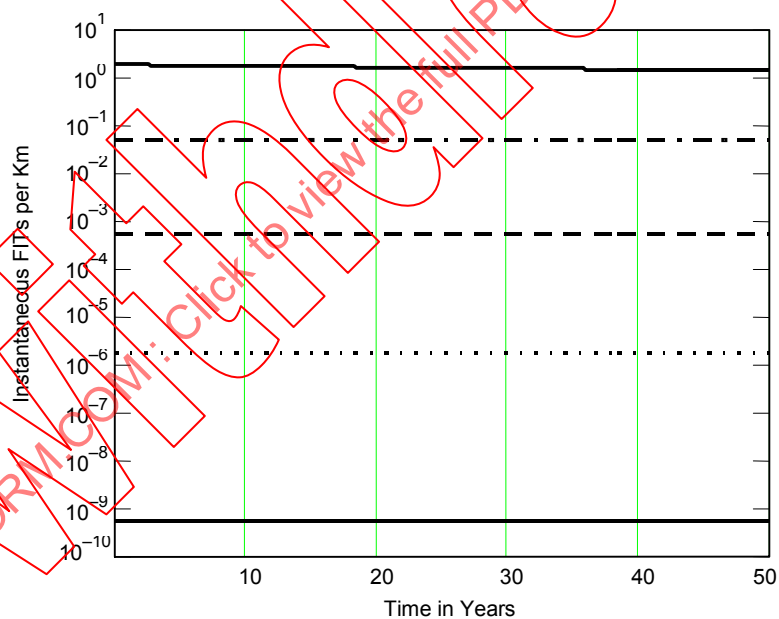
**Figure 2 – Taux DTD instantanés par km de fibre en fonction du temps pour des pourcentages contrainte appliquée / contrainte de sélection (de bas en haut) 10 %, 15 %, 20 %, 25 %, 30 %**



**Figure 3 – Taux DTD moyenné par km de fibre en fonction du temps pour des pourcentages contrainte appliquée / contrainte de sélection (de bas en haut) 10 %, 15 %, 20 %, 25 %, 30 %**



**Figure 2 – Instantaneous FIT rates per fibre km versus time for applied stress/proofter stress percentages (bottom to top): 10, 15, 20, 25, 30 %**



**Figure 3 – Averaged FIT rates per fibre km versus time for applied stress/proofter stress percentages (bottom to top): 10, 15, 20, 25, 30 %**



**Tableau 1 – Taux DTD des figures 2 et 3 pour différents temps**

| Contrainte appliquée en % de contrainte de sélection | DTD/km instantané |              |              |              |              |              | DTD/km moyenné |              |              |              |              |              |
|------------------------------------------------------|-------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
|                                                      | 1 an              | 10 ans       | 20 ans       | 30 ans       | 40 ans       | 50 ans       | 1 an           | 10 ans       | 20 ans       | 30 ans       | 40 ans       | 50 ans       |
| <b>10</b>                                            | 5,45<br>E-10      | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10   | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10 |
| <b>15</b>                                            | 1,81<br>E-6       | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6    | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6  |
| <b>20</b>                                            | 5,71<br>E-4       | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4    | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4  |
| <b>25</b>                                            | 4,95<br>E-2       | 4,95<br>E-2  | 4,95<br>E-2  | 4,93<br>E-2  | 4,92<br>E-2  | 4,91<br>E-2  | 4,95<br>E-2    | 4,95<br>E-2  | 4,94<br>E-2  | 4,94<br>E-2  | 4,94<br>E-2  | 4,93<br>E-2  |
| <b>30</b>                                            | 1,89<br>E0        | 1,78<br>E0   | 1,68<br>E0   | 1,59<br>E0   | 1,51<br>E0   | 1,44<br>E0   | 1,89<br>E0     | 1,84<br>E0   | 1,78<br>E0   | 1,73<br>E0   | 1,69<br>E0   | 1,64<br>E0   |

### 6.1.3 Petites longueurs sous courbure uniforme

En utilisant les équations (10.2.6) et (10.2.7), réduire la longueur de courbure effective  $L_B$  par le facteur flexion-longueur

$$\frac{L}{L_B} = \frac{0,4}{\sqrt{m_s}} \quad (6.1.1)$$

qui est ici égal à 0,26686. Selon l'équation non linéaire (10.2.3), la contrainte appliquée maximale sur la surface extérieure de la fibre sous courbure est

$$\sigma_a(D) = \frac{70,33}{8D} \left( 1 + \frac{9}{32D} \right) \quad (6.1.2)$$

où  $D$  représente le diamètre de courbure en mm. Utiliser plusieurs diamètres de courbure dans les équations de 6.1.1 pour une longueur de fibre courbée de 1 m. De plus, les valeurs souhaitées de DTD/m sont  $10^{-3}$  fois DTD/km. En fonction du temps sur une période de 50 ans, ces valeurs donnent les courbes des taux de défaillance instantanés et moyennés des figures 2 et 3, respectivement. Les valeurs correspondantes sont données dans le tableau 2.

Le nombre indiqué dans la colonne «% de contrainte de sélection» représente le pourcentage de la contrainte de sélection de 0,69 GPa auquel est égale la contrainte maximale (sur l'extérieur de la courbure). Par comparaison avec le cas sous traction du paragraphe précédent, dans le cas de ces contraintes plus fortes, on remarque que la constance du taux de défaillance avec le temps n'est plus valable, spécialement sur des temps plus courts. Des différences plus significatives entre les valeurs instantanées et moyennées apparaissent, notamment sur des durées plus courtes et des courbures plus fortes.

Enfin, le tableau 3 donne les résultats obtenus lorsque le terme non linéaire n'est pas inclus dans l'équation (6.1.2). Comme escompté, les taux de défaillance sont plus petits étant donné que la contrainte appliquée est légèrement sous-estimée. De plus, le pourcentage d'erreurs de déviation par rapport aux valeurs plus exactes du tableau 2 augmente avec la diminution du diamètre de courbure et l'augmentation de la contrainte.

**Table 1 – FIT rates of figures 2 and 3 at various times**

| Applied stress<br>as a % of<br>proofstress | Instantaneous FIT/km |              |              |              |              |              | Averaged FIT/km |              |              |              |              |              |
|--------------------------------------------|----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
|                                            | 1 year               | 10 years     | 20 years     | 30 years     | 40 years     | 50 years     | 1 year          | 10 years     | 20 years     | 30 years     | 40 years     | 50 years     |
| <b>10</b>                                  | 5,45<br>E-10         | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10    | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10 | 5,45<br>E-10 |
| <b>15</b>                                  | 1,81<br>E-6          | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6     | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6  | 1,81<br>E-6  |
| <b>20</b>                                  | 5,71<br>E-4          | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4     | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4  | 5,71<br>E-4  |
| <b>25</b>                                  | 4,95<br>E-2          | 4,95<br>E-2  | 4,95<br>E-2  | 4,93<br>E-2  | 4,92<br>E-2  | 4,91<br>E-2  | 4,95<br>E-2     | 4,95<br>E-2  | 4,94<br>E-2  | 4,94<br>E-2  | 4,94<br>E-2  | 4,93<br>E-2  |
| <b>30</b>                                  | 1,89<br>E0           | 1,78<br>E0   | 1,68<br>E0   | 1,59<br>E0   | 1,51<br>E0   | 1,44<br>E0   | 1,89<br>E0      | 1,84<br>E0   | 1,78<br>E0   | 1,73<br>E0   | 1,69<br>E0   | 1,64<br>E0   |

### 6.1.3 Short lengths in uniform bending

From equations (10.2.6) and (10.2.7), reduce the actual bend length  $L_B$  by the bend-length factor

$$\frac{L}{L_B} = \frac{0,4}{\sqrt{nm_s}} \quad (3.1.1)$$

which equals 0,26686 here. From the non-linear equation (10.2.3), the maximum applied stress at the outside fibre surface under bend is

$$\sigma_a(D) = \frac{70,33}{8D} \left( 1 + \frac{9}{32D} \right) \quad (3.1.2)$$

where  $D$  is the bend diameter in millimeters. Use several bend diameters in the equations of 6.1.1 for a bent fibre length of 1 m. Moreover, the desired values of FIT/m are  $10^{-3}$  times FIT/km. As a function of time out to 50 years, these give the instantaneous and averaged failure rate plots of figures 4 and 5, respectively. The corresponding values are given in table 2.

The "% of proofstress" number is the per cent that the maximum stress (at the outside of the bend) is of the 0,69 GPa proofstress. Compared with the tensile case of the previous subclause, at these higher stresses the constancy of the failure rate with time no longer holds, especially at shorter times. Also, more significant differences between the instantaneous and averaged values appear, especially at shorter times and tighter bends.

Finally, table 3 gives results when the non-linear term is not included in equation (6.1.2). As expected, the failure rates are smaller since the applied stress is slightly underestimated. Moreover, the percentage deviation error from the more correct values of table 2 increases as the bend diameter decreases and stress increases.

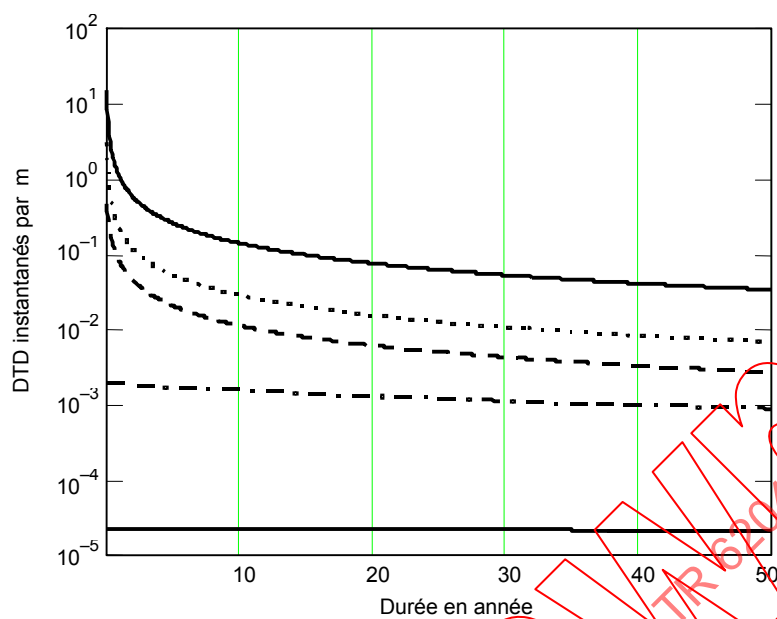


Figure 4 – Taux DTD instantanés par mètre de fibre courbée en fonction du temps

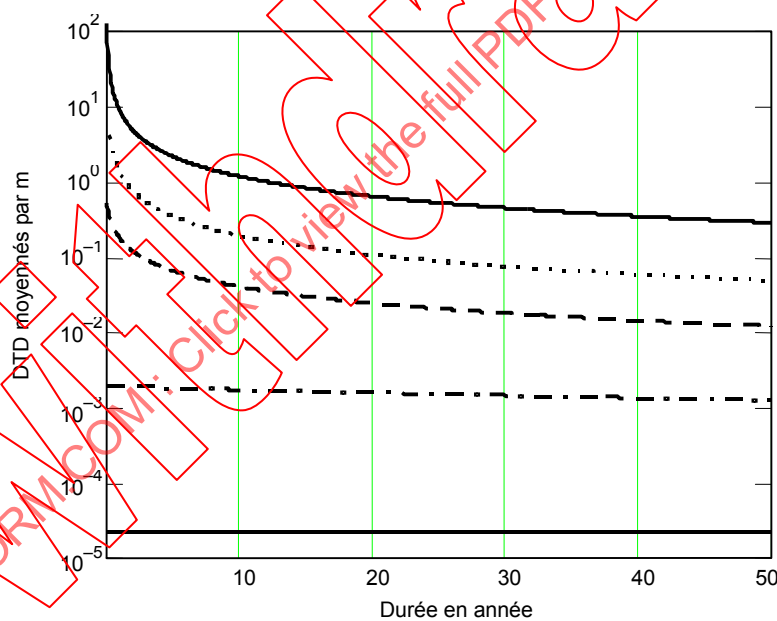


Figure 5 – Taux DTD instantanés par mètre de fibre courbée en fonction du temps pour les diamètres de courbure (de haut en bas): 10 mm, 20 mm, 30 mm, 40 mm, 50 mm

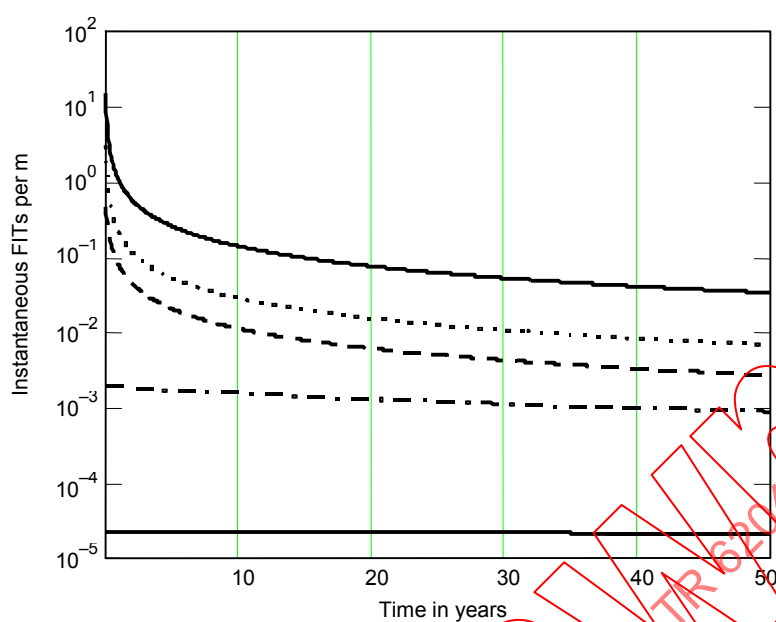


Figure 4 – Instantaneous FIT rates per bent fibre metre versus time

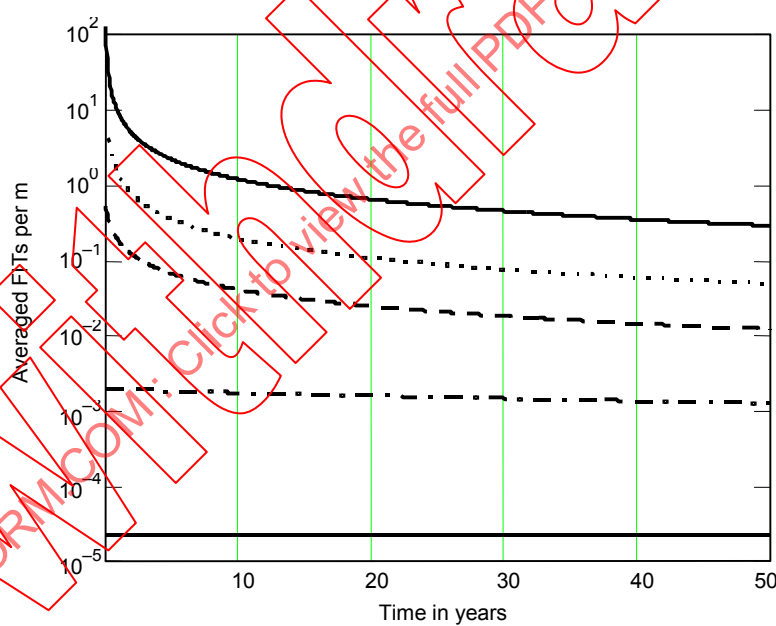


Figure 5 – Instantaneous FIT rates per bent fibre metre versus time for bend diameters (top to bottom): 10, 20, 30, 40, 50 mm

**Tableau 2 – Taux DTD des figures 4 et 5 pour différents temps**

| Diamètre de courbure (mm), % de contrainte de sélection | DTD/m sous courbure – instantané |             |             |             |             |             | DTD/m sous courbure – moyenné |             |             |             |             |             |
|---------------------------------------------------------|----------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|                                                         | 1 an                             | 10 ans      | 20 ans      | 30 ans      | 40 ans      | 50 ans      | 1 an                          | 10 ans      | 20 ans      | 30 ans      | 40 ans      | 50 ans      |
| <b>10, 131,0</b>                                        | 1,08<br>E0                       | 1,40<br>E-1 | 7,57<br>E-2 | 5,28<br>E-2 | 4,09<br>E-2 | 3,35<br>E-2 | 9,01<br>E0                    | 1,19<br>E-1 | 6,43<br>E-1 | 4,50<br>E-1 | 3,49<br>E-1 | 2,86<br>E-1 |
| <b>20, 64,6</b>                                         | 2,21<br>E-1                      | 2,86<br>E-2 | 1,55<br>E-2 | 1,08<br>E-2 | 8,35<br>E-3 | 6,85<br>E-3 | 1,36<br>E0                    | 1,94<br>E-1 | 1,07<br>E-1 | 7,57<br>E-2 | 5,92<br>E-2 | 4,88<br>E-2 |
| <b>30, 42,9</b>                                         | 8,03<br>E-2                      | 1,13<br>E-2 | 6,12<br>E-3 | 4,28<br>E-3 | 3,33<br>E-3 | 2,72<br>E-3 | 1,83<br>E-1                   | 4,06<br>E-2 | 2,44<br>E-2 | 1,79<br>E-2 | 1,44<br>E-2 | 1,21<br>E-2 |
| <b>40, 32,1</b>                                         | 1,88<br>E-3                      | 1,55<br>E-3 | 1,30<br>E-3 | 1,12<br>E-3 | 9,87<br>E-4 | 8,84<br>E-4 | 1,91<br>E-3                   | 1,73<br>E-3 | 1,57<br>E-3 | 1,45<br>E-3 | 1,35<br>E-3 | 1,27<br>E-3 |
| <b>50, 25,6</b>                                         | 2,17<br>E-5                      | 2,16<br>E-5 | 2,15<br>E-5 | 2,15<br>E-5 | 2,14<br>E-5 | 2,14<br>E-5 | 2,17<br>E-5                   | 2,16<br>E-5 | 2,16<br>E-5 | 2,16<br>E-5 | 2,15<br>E-5 | 2,15<br>E-5 |

**Tableau 3 – Taux DTD du tableau 2 – en négligeant la contrainte en fonction de la non-linéarité de la déformation**

| Diamètre de courbure (mm), % de contrainte de sélection | DTD/m sous courbure – instantané |             |             |             |             |             | DTD/m sous courbure – moyenné |             |             |             |             |             |
|---------------------------------------------------------|----------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|                                                         | 1 an                             | 10 ans      | 20 ans      | 30 ans      | 40 ans      | 50 ans      | 1 an                          | 10 ans      | 20 ans      | 30 ans      | 40 ans      | 50 ans      |
| <b>10, 127,4</b>                                        | 1,02<br>E0                       | 1,32<br>E-1 | 7,11<br>E-2 | 4,96<br>E-2 | 3,84<br>E-2 | 3,15<br>E-2 | 8,43<br>E0                    | 1,11<br>E-1 | 6,02<br>E-1 | 4,21<br>E-1 | 3,27<br>E-1 | 2,68<br>E-1 |
| <b>20, 63,7</b>                                         | 2,14<br>E-1                      | 2,77<br>E-2 | 1,50<br>E-2 | 1,03<br>E-2 | 8,10<br>E-3 | 6,64<br>E-3 | 1,30<br>E0                    | 1,86<br>E-1 | 1,03<br>E-1 | 7,28<br>E-2 | 5,69<br>E-2 | 4,70<br>E-2 |
| <b>30, 42,5</b>                                         | 7,73<br>E-2                      | 1,10<br>E-2 | 5,99<br>E-3 | 4,19<br>E-3 | 3,25<br>E-3 | 2,66<br>E-3 | 1,68<br>E-1                   | 3,85<br>E-2 | 2,32<br>E-2 | 1,71<br>E-2 | 1,38<br>E-2 | 1,16<br>E-2 |
| <b>40, 31,9</b>                                         | 1,64<br>E-3                      | 1,38<br>E-3 | 1,18<br>E-3 | 1,03<br>E-3 | 9,15<br>E-4 | 8,25<br>E-4 | 1,66<br>E-3                   | 1,52<br>E-3 | 1,40<br>E-3 | 1,30<br>E-3 | 1,22<br>E-3 | 1,15<br>E-3 |
| <b>50, 25,5</b>                                         | 1,94<br>E-5                      | 1,93<br>E-5 | 1,93<br>E-5 | 1,92<br>E-5 | 1,92<br>E-5 | 1,91<br>E-5 | 1,94<br>E-5                   | 1,93<br>E-5 | 1,93<br>E-5 | 1,93<br>E-5 | 1,93<br>E-5 | 1,92<br>E-5 |

## 6.2 Calculs de la durée de vie

Calculer les durées de vie qui correspondent à différents niveaux de contrainte statique  $\sigma_a$  en fonction de la probabilité de défaillance  $F$ .

### 6.2.1 Formules de la durée de vie

La durée de vie est

$$t_f = \left\{ \left[ \frac{\beta^{m_s}}{L} \ln \frac{1}{P} + (\sigma_p^n t_p)^{m_s} \right]^{\frac{1}{m_s}} - \sigma_p^n t_p \right\} \sigma_a^{-n} \quad (12.2.1)$$

**Table 2 – FIT rates of figures 4 and 5 at various times**

| Bend diameter<br>(mm), % of<br>proofstress | Instantaneous FIT/m in bend |             |             |             |             |             | Averaged FIT/m in bend |             |             |             |             |             |
|--------------------------------------------|-----------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|                                            | 1<br>year                   | 10<br>years | 20<br>years | 30<br>years | 40<br>years | 50<br>years | 1<br>year              | 10<br>years | 20<br>years | 30<br>years | 40<br>years | 50<br>years |
| 10, 131,0                                  | 1,08<br>E0                  | 1,40<br>E-1 | 7,57<br>E-2 | 5,28<br>E-2 | 4,09<br>E-2 | 3,35<br>E-2 | 9,01<br>E0             | 1,19<br>E-1 | 6,43<br>E-1 | 4,50<br>E-1 | 3,49<br>E-1 | 2,86<br>E-1 |
| 20, 64,6                                   | 2,21<br>E-1                 | 2,86<br>E-2 | 1,55<br>E-2 | 1,08<br>E-2 | 8,35<br>E-3 | 6,85<br>E-3 | 1,36<br>E0             | 1,94<br>E-1 | 1,07<br>E-1 | 7,57<br>E-2 | 5,92<br>E-2 | 4,88<br>E-2 |
| 30, 42,9                                   | 8,03<br>E-2                 | 1,13<br>E-2 | 6,12<br>E-3 | 4,28<br>E-3 | 3,33<br>E-3 | 2,72<br>E-3 | 1,83<br>E-1            | 4,06<br>E-2 | 2,44<br>E-2 | 1,79<br>E-2 | 1,44<br>E-2 | 1,21<br>E-2 |
| 40, 32,1                                   | 1,88<br>E-3                 | 1,55<br>E-3 | 1,30<br>E-3 | 1,12<br>E-3 | 9,87<br>E-4 | 8,84<br>E-4 | 1,91<br>E-3            | 1,73<br>E-3 | 1,57<br>E-3 | 1,45<br>E-3 | 1,35<br>E-3 | 1,27<br>E-3 |
| 50, 25,6                                   | 2,17<br>E-5                 | 2,16<br>E-5 | 2,15<br>E-5 | 2,15<br>E-5 | 2,14<br>E-5 | 2,14<br>E-5 | 2,17<br>E-5            | 2,16<br>E-5 | 2,16<br>E-5 | 2,16<br>E-5 | 2,15<br>E-5 | 2,15<br>E-5 |

**Table 3 – FIT rates of table 2 neglecting stress versus strain non-linearity**

| Bend diameter<br>(mm), % of<br>proofstress | Instantaneous FIT/m in bend |             |             |             |             |             | Averaged FIT/m in bend |             |             |             |             |             |
|--------------------------------------------|-----------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|                                            | 1 year                      | 10 years    | 20 years    | 30 years    | 40 years    | 50 years    | 1 year                 | 10 years    | 20 years    | 30 years    | 40 years    | 50 years    |
| 10, 127,4                                  | 1,02<br>E0                  | 1,32<br>E-1 | 7,11<br>E-2 | 4,96<br>E-2 | 3,84<br>E-2 | 3,15<br>E-2 | 8,43<br>E0             | 1,11<br>E-1 | 6,02<br>E-1 | 4,21<br>E-1 | 3,27<br>E-1 | 2,68<br>E-1 |
| 20, 63,7                                   | 2,14<br>E-1                 | 2,77<br>E-2 | 1,50<br>E-2 | 1,03<br>E-2 | 8,10<br>E-3 | 6,64<br>E-3 | 1,30<br>E0             | 1,86<br>E-1 | 1,03<br>E-1 | 7,28<br>E-2 | 5,69<br>E-2 | 4,70<br>E-2 |
| 30, 42,5                                   | 7,73<br>E-2                 | 1,10<br>E-2 | 5,99<br>E-3 | 4,19<br>E-3 | 3,25<br>E-3 | 2,66<br>E-3 | 1,68<br>E-1            | 3,85<br>E-2 | 2,32<br>E-2 | 1,71<br>E-2 | 1,38<br>E-2 | 1,16<br>E-2 |
| 40, 31,9                                   | 1,64<br>E-3                 | 1,38<br>E-3 | 1,18<br>E-3 | 1,03<br>E-3 | 9,15<br>E-4 | 8,25<br>E-4 | 1,66<br>E-3            | 1,52<br>E-3 | 1,40<br>E-3 | 1,30<br>E-3 | 1,22<br>E-3 | 1,15<br>E-3 |
| 50, 25,5                                   | 1,94<br>E-5                 | 1,93<br>E-5 | 1,93<br>E-5 | 1,92<br>E-5 | 1,92<br>E-5 | 1,91<br>E-5 | 1,94<br>E-5            | 1,93<br>E-5 | 1,93<br>E-5 | 1,93<br>E-5 | 1,93<br>E-5 | 1,92<br>E-5 |

## 6.2 Lifetime calculations

Compute the lifetimes that would occur at various static stress levels  $\sigma_a$  as a function of failure probability  $F$ .

### 6.2.1 Lifetime formulae

The lifetime is

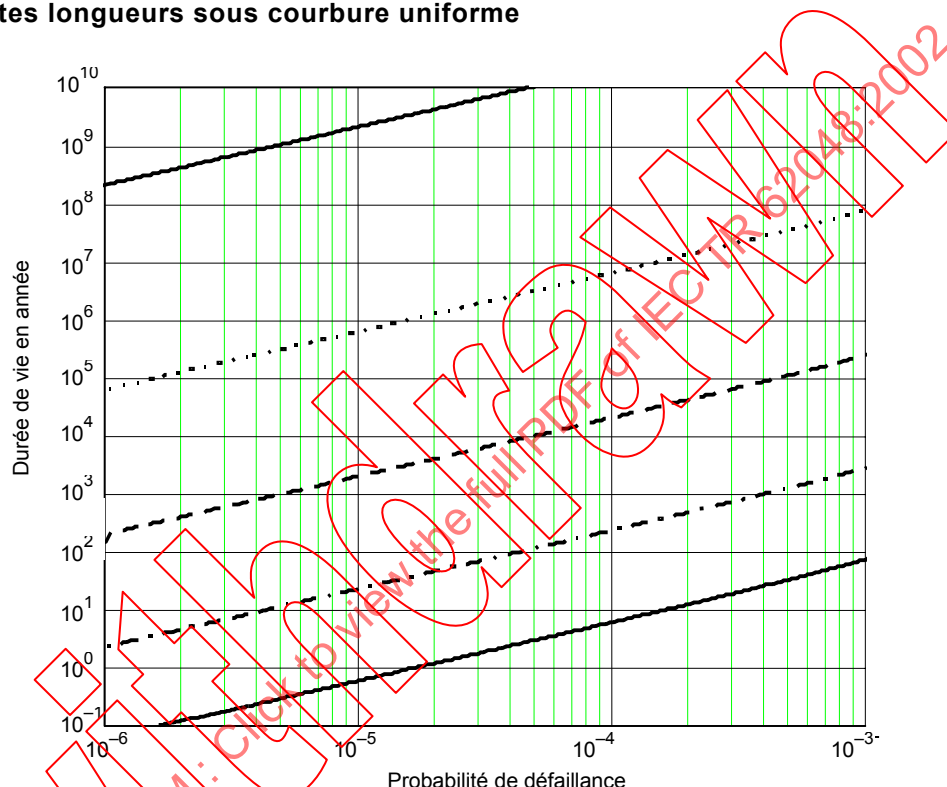
$$t_f = \left\{ \left[ \frac{\beta^{m_s}}{L} \ln \frac{1}{P} + (\sigma_p^n t_p)^{m_s} \right]^{\frac{1}{m_s}} - \sigma_p^n t_p \right\} \sigma_a^{-n} \quad (12.2.1)$$

## 6.2.2 Grandes longueurs sous tension

Utiliser plusieurs contraintes appliquées, fractions de la contrainte de sélection nominale  $\sigma_p = 0,69$  GPa, dans l'équation (12.2.1) donnée ci-dessus pour une longueur de fibre  $L = 1$  km. En fonction de la probabilité de défaillance, ceci donne les tracés de durée de vie de la figure 6. Les valeurs correspondantes sont données dans le tableau 4.

Dans cet exemple, il apparaît qu'une contrainte appliquée égale à 30 % de la contrainte de sélection n'est pas acceptable à quelque niveau que ce soit de probabilité de défaillance, alors que des valeurs de 10 % et 15 % sont toujours acceptables.

## 6.2.3 Petites longueurs sous courbure uniforme



**Figure 6 – Durée de vie sur 1 km en fonction de la probabilité de défaillance pour des pourcentages contrainte appliquée / contrainte de sélection (de haut en bas): 10 %, 15 %, 20 %, 25 %, 30 %**

Utiliser l'équation (6.1.1) pour le facteur courbure-longueur et l'équation (6.1.2) pour la contrainte appliquée maximale sur la surface extérieure de la fibre sous flexion. Utiliser plusieurs diamètres de courbure dans l'équation (12.2.1) pour une longueur de fibre courbée de 1 m. En tant fonction de la probabilité de défaillance, ceci donne les courbes de durée de vie de la figure 7. Les valeurs correspondantes sont indiquées dans le tableau 5.

Si l'on établit une comparaison avec les observations du paragraphe précédent sur les grandes longueurs sous tension, on observe pour ces contraintes plus fortes une variation plus grande et non linéaire de la durée de vie en fonction de la probabilité de défaillance. Il apparaît que les courbures de 30 mm, 40 mm, et 50 mm sont acceptables pour presque toutes les probabilités de défaillance.

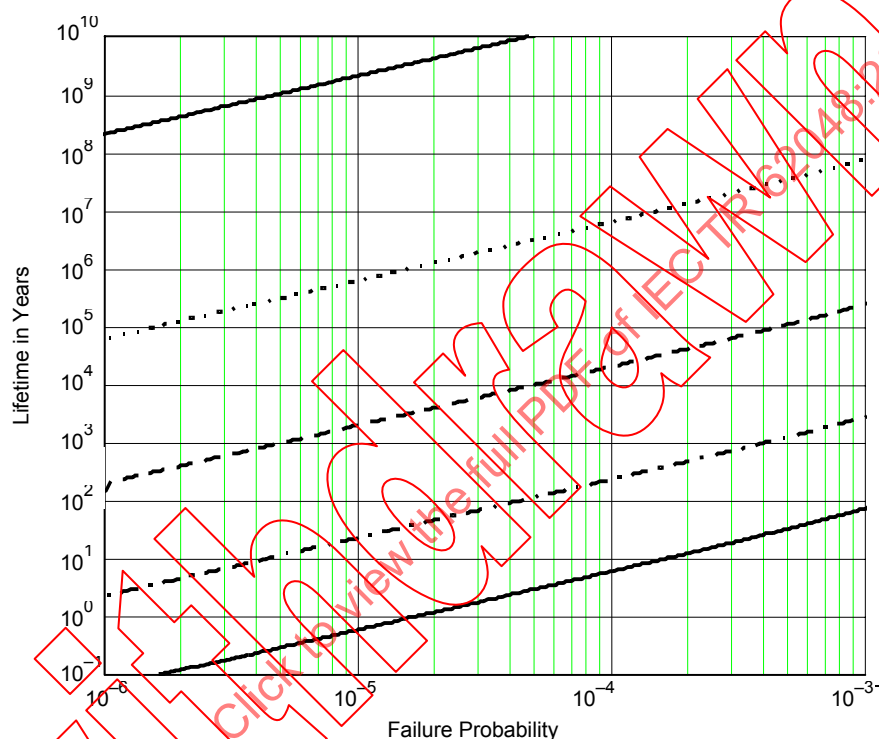
Enfin, le tableau 6 donne les résultats obtenus lorsque le terme de non-linéarité n'est pas inclus dans l'équation (6.1.2). Comme escompté, les durées de vie sont supérieures étant donné que la contrainte appliquée est légèrement sous-estimée. De plus, le pourcentage d'erreurs de déviation par rapport aux valeurs plus exactes du tableau 5 augmente tandis que le diamètre de courbure diminue et que la contrainte augmente.

### 6.2.2 Long lengths in tension

Use several applied stresses, as a fraction of the nominal proofstress  $\sigma_p = 0,69$  GPa, in the above equation for a fibre length  $L = 1$  km. As a function of failure probability, this gives the lifetime plots of figure 3.5. The corresponding values are given in table 3.4.

For this example, it appears that an applied stress that is 30 % of the proofstress is unacceptable at any failure probability level, whereas the 10 % and 15 % values are always acceptable.

### 6.2.3 Short lengths in uniform bending



**Figure 6 – 1-km lifetime versus failure probability  
for applied stress/proofstress percentages  
(top to bottom): 10, 15, 20, 25, 30 %**

Use equation (6.1.1) for the bend-length factor and equation (6.1.2) for the maximum applied stress at the outside fibre surface under bend. Use several bend diameters in the equation (12.2.1) for a bent fibre length of 1 m. As a function of failure probability, this gives the lifetime plots of figure 7. The corresponding values are given in table 5.

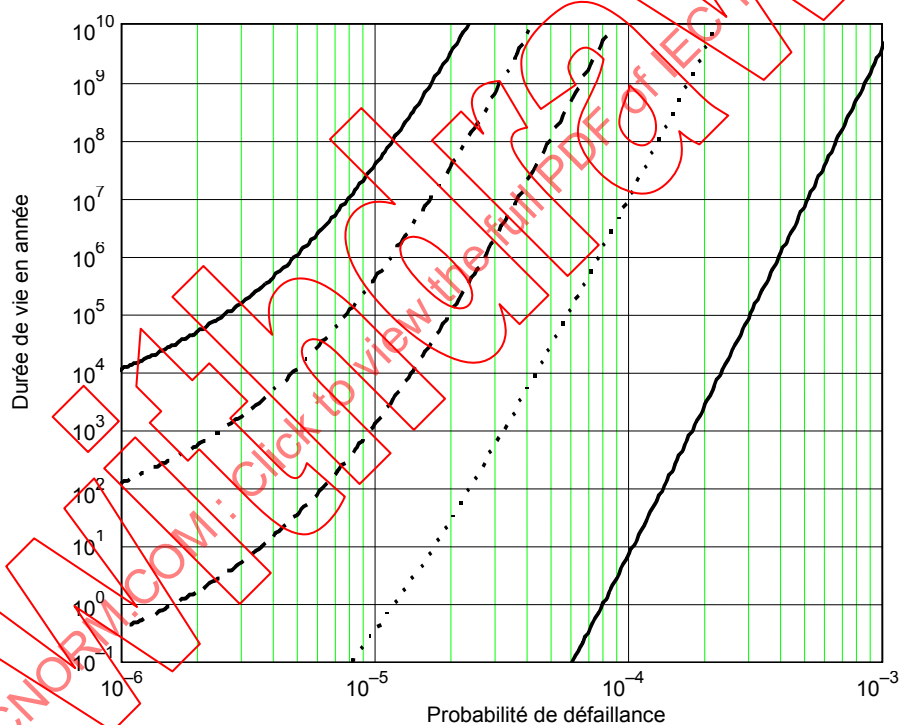
Compared with the long length in tension of the previous part, at these higher stresses there is a greater and non-linear variation in the lifetime with failure probability. It appears that the 30 mm, 40 mm, and 50 mm bends are acceptable at almost all the failure probabilities.

Finally, table 6 gives results when the non-linear term is not included in equation (6.1.2). As expected, the lifetimes are larger since the applied stress is slightly underestimated. Moreover, the percentage deviation error from the more correct values of table 5 increases as the bend diameter decreases and stress increases.



**Tableau 4 – Durées de vie sur 1 km de la figure 6 pour différentes probabilités de défaillance**

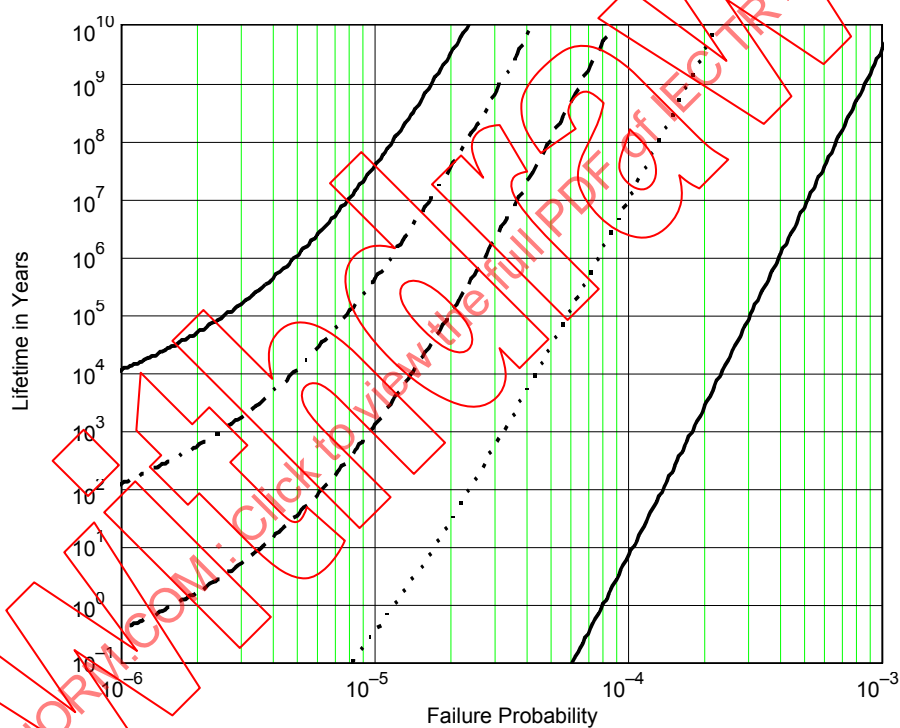
| Contrainte appliquée en % de contrainte de sélection | Probabilité de défaillance |             |             |             |
|------------------------------------------------------|----------------------------|-------------|-------------|-------------|
|                                                      | E-3                        | E-4         | E-5         | E-6         |
| 10                                                   | 2,56<br>E11                | 2,14<br>E10 | 2,10<br>E9  | 2,10<br>E8  |
| 15                                                   | 7,70<br>E7                 | 6,43<br>E6  | 6,31<br>E5  | 6,30<br>E4  |
| 20                                                   | 2,44<br>E5                 | 2,04<br>E4  | 2,00<br>E3  | 2,00<br>E2  |
| 25                                                   | 2,82<br>E3                 | 2,35<br>E2  | 2,31<br>E1  | 2,30<br>E0  |
| 30                                                   | 7,35<br>E1                 | 6,13<br>E0  | 6,02<br>E-1 | 6,01<br>E-2 |



**Figure 7 – Durées de vie par mètre de fibre courbée en fonction de la probabilité de défaillance pour les diamètres de courbure (bas-droite vers haut-gauche) 10 mm, 20 mm, 30 mm, 40 mm, 50 mm**

**Table 4 – One kilometer lifetimes of figure 6 for various failure probabilities**

| Applied stress as a %<br>of proof test stress | Failure probability |             |             |             |
|-----------------------------------------------|---------------------|-------------|-------------|-------------|
|                                               | E3                  | E4          | E5          | E6          |
| 10                                            | 2,56<br>E11         | 2,14<br>E10 | 2,10<br>E9  | 2,10<br>E8  |
| 15                                            | 7,70<br>E7          | 6,43<br>E6  | 6,31<br>E5  | 6,30<br>E4  |
| 20                                            | 2,44<br>E5          | 2,04<br>E4  | 2,00<br>E3  | 2,00<br>E2  |
| 25                                            | 2,82<br>E3          | 2,35<br>E2  | 2,31<br>E1  | 2,30<br>E0  |
| 30                                            | 7,35<br>E1          | 6,13<br>E0  | 6,02<br>E-1 | 6,01<br>E-2 |

**Figure 7 – Lifetimes per bent fibre metre versus failure probability for bend diameters (bottom-right to top-left): 10, 20, 30, 40 , 50 mm**

**Tableau 5 – Durées de vie sur 1 m de la figure 7 pour différentes probabilités de défaillance**

| Diamètre de courbure<br>mm | % de contrainte<br>de sélection | Probabilité de défaillance |             |             |              |
|----------------------------|---------------------------------|----------------------------|-------------|-------------|--------------|
|                            |                                 | E-3                        | E-4         | E-5         | E-6          |
| 10                         | 131,0                           | 3,83<br>E9                 | 7,23<br>E0  | 2,57<br>E-7 | 7,69<br>E-11 |
| 20                         | 64,6                            | 5,28<br>E15                | 9,99<br>E6  | 3,54<br>E-1 | 1,06<br>E-4  |
| 30                         | 42,9                            | 1,93<br>E19                | 3,64<br>E10 | 1,29<br>E3  | 3,87<br>E-1  |
| 40                         | 32,1                            | 6,37<br>E21                | 1,20<br>E13 | 4,27<br>E5  | 1,28<br>E2   |
| 50                         | 25,6                            | 5,68<br>E23                | 1,07<br>E15 | 3,81<br>E7  | 1,14<br>E4   |

**Tableau 6 – Durées de vie du tableau 5 en négligeant la non-linéarité de la contrainte en fonction de la déformation**

| Diamètre de courbure<br>mm | % de contrainte de<br>sélection | Probabilité de défaillance |             |             |              |
|----------------------------|---------------------------------|----------------------------|-------------|-------------|--------------|
|                            |                                 | E-3                        | E-4         | E-5         | E-6          |
| 10                         | 127,4                           | 6,66<br>E9                 | 1,26<br>E1  | 4,47<br>E-7 | 1,34<br>E-10 |
| 20                         | 63,7                            | 6,99<br>E15                | 1,32<br>E7  | 4,69<br>E-1 | 1,40<br>E-4  |
| 30                         | 42,5                            | 2,32<br>E19                | 4,39<br>E10 | 1,56<br>E3  | 4,67<br>E-1  |
| 40                         | 31,9                            | 7,33<br>E22                | 1,38<br>E13 | 4,91<br>E5  | 1,47<br>E2   |
| 50                         | 25,5                            | 6,35<br>E23                | 1,20<br>E15 | 4,26<br>E7  | 1,28<br>E4   |

## 7 Fragilisation et défaillance de la fibre

Les fissures individuelles dans le verre sont prises en considération en premier. Leur nature statistique est traitée à l'article 10.

### 7.1 Croissance et fragilisation de fissure

La théorie de la résistance de la fibre, comme dans la référence [1], suit la théorie des matériaux fragiles. Elle suppose que de très petites imperfections ou fissures sont distribuées le long du verre. Pour une fibre à base de silice, les fissures critiques se trouvent principalement sur la surface où elles sont susceptibles d'être attaquées et affaiblies par l'humidité, la poussière, les substances chimiques, etc. Pour les fibres optiques en silice, les revêtements en polymère autour du verre ou un film hermétique (par exemple, couche amorphe de carbone et revêtement) ont pour but de ralentir ces effets.

Le facteur d'intensité de contrainte au niveau d'une fissure est défini en fonction du temps  $t$  comme

$$K_I(t) = Y\sigma(t)a^{\frac{1}{2}}(t) \quad (7.1.1)$$

présupposé valable pour tout environnement intéressant.

**Table 5 – One-meter lifetimes of figure 7 for various failure probabilities**

| Bend diameter<br>mm | % of proof test<br>stress | Failure probability |             |             |              |
|---------------------|---------------------------|---------------------|-------------|-------------|--------------|
|                     |                           | E-3                 | E-4         | E-5         | E-6          |
| 10                  | 131,0                     | 3,83<br>E9          | 7,23<br>E0  | 2,57<br>E-7 | 7,69<br>E-11 |
| 20                  | 64,6                      | 5,28<br>E15         | 9,99<br>E6  | 3,54<br>E-1 | 1,06<br>E-4  |
| 30                  | 42,9                      | 1,93<br>E19         | 3,64<br>E10 | 1,29<br>E3  | 3,87<br>E-1  |
| 40                  | 32,1                      | 6,37<br>E21         | 1,20<br>E13 | 4,27<br>E5  | 1,28<br>E2   |
| 50                  | 25,6                      | 5,68<br>E23         | 1,07<br>E15 | 3,81<br>E7  | 1,14<br>E4   |

**Table 6 – Lifetimes of table 5 neglecting stress versus strain non-linearity**

| Bend diameter<br>mm | % of proof test<br>stress | Failure probability |             |             |              |
|---------------------|---------------------------|---------------------|-------------|-------------|--------------|
|                     |                           | E-3                 | E-4         | E-5         | E-6          |
| 10                  | 127,4                     | 6,66<br>E9          | 1,26<br>E1  | 4,47<br>E-7 | 1,34<br>E-10 |
| 20                  | 63,7                      | 6,99<br>E15         | 1,32<br>E7  | 4,69<br>E-1 | 1,40<br>E-4  |
| 30                  | 42,5                      | 2,32<br>E19         | 4,39<br>E10 | 1,56<br>E3  | 4,67<br>E-1  |
| 40                  | 31,9                      | 1,33<br>E22         | 1,38<br>E13 | 4,91<br>E5  | 1,47<br>E2   |
| 50                  | 25,5                      | 6,35<br>E23         | 1,20<br>E15 | 4,26<br>E7  | 1,28<br>E4   |

## 7 Fibre weakening and failure

Individual cracks in the glass are considered first. Their statistical nature is treated in clause 10.

### 7.1 Crack growth and weakening

The theory of fibre strength, as shown in reference [1], follows the theory of brittle materials. It assumes that very small imperfections or cracks are distributed along the length of glass. For a silica-based fibre, the critical cracks are mostly at the surface where they are vulnerable to attack and weakening by moisture, dust, chemicals, etc. For silica-based optical fibres, polymer coatings around the glass or a hermetic film (for example, amorphous carbon film, plus coating) on the glass are intended to slow these effects.

The stress intensity factor at a crack tip is defined as a function of time  $t$  to be

$$K_I(t) = Y\sigma(t)a^{\frac{1}{2}}(t) \quad (7.1.1)$$

assumed to hold in any environment of interest.

Ici

$Y$  est un paramètre de forme, sans dimension, relatif à la géométrie de la fissure (présupposé constant),

$\sigma$  est la contrainte appliquée positive, et

$a$  représente la «profondeur» c'est-à-dire la taille de défaut perpendiculaire à la direction de la contrainte appliquée. La distribution des tailles de défaut est statistique, comme cela sera détaillé à l'article 10.

Dans les conditions environnementales idéales «inertes» de température basse (par exemple,  $N_2$  liquide), ou d'humidité zéro ou de vide poussé, des fissures ne se propageront qu'à la vitesse critique et finiront par se rompre. Pour une fissure de taille constante, le facteur d'intensité de contrainte appliquée de l'équation (7.1.1) varie proportionnellement à la contrainte appliquée – variable en fonction du temps – sur la fissure. Le facteur a une valeur maximale de  $K_{Ic}$ , appelé «facteur d'intensité de contrainte critique ou ténacité à la défaillance». Ceci se produit lorsque la contrainte appliquée augmente jusqu'à son maximum admissible donné par la résistance passive  $S$  de la fissure (en général au-dessus de 15 GPa pour une petite longueur de fibre neuve), donc à cet instant l'équation (7.1.1) qui inclut la variable temps devient

$$K_{Ic} = YSa^{\frac{1}{2}} \quad (7.1.2)$$

A ce point, une défaillance catastrophique se produit. A cause de l'environnement requis, la résistance passive est difficile à mesurer, ce qui conduit à utiliser des valeurs différentes obtenues expérimentalement. Nous utilisons habituellement le terme «résistance» à la place de «résistance passive» pour désigner la valeur limite de la contrainte de défaillance qui serait mesurée pour une «défaillance instantanée» due à une fatigue statique ou dynamique. (Ceci est décrit en termes mathématiques en 8.3.3.) La valeur peut être dépendante de l'environnement dans lequel cette mesure serait effectuée.

Pour une fibre qui se trouve dans un environnement non inerte ou actif (ambient ou hostile), exposée par exemple à des températures élevées, et avec de l'humidité, de l'eau ou des substances chimiques, toute contrainte appliquée causera une croissance de fissure. Ceci est appelé corrosion sous contrainte, étant donné qu'une hydrolyse des liaisons de silice se produit. Les valeurs du paramètre de forme  $Y$  et de la ténacité à la défaillance  $K_{Ic}$  sont connues avec une incertitude d'au moins 10 %, mais sont présumées constantes pour ce type de fissure sur un large éventail d'environnements.

Ensuite l'équation (7.1.2) établit un rapport univoque entre l'augmentation de la taille de défaut dans un environnement actif et la diminution de la résistance qui pourrait être mesurée approximativement dans un environnement inerte ou dans le cas de défaillance instantanée. Numériquement, avec des valeurs supposées  $Y \approx 1,24$  pour une fissure elliptique sous contrainte et  $K_{Ic} \approx 0,8 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ , l'équation (7.1.2) donne

$$a(\mu\text{m}) = 0,42[S(\text{GPa})]^{-2} \quad (7.1.3)$$

Une résistance de 0,7 GPa dans la région de la contrainte de sélection correspond à une taille de défaut d'environ 0,88  $\mu\text{m}$ . Dans la région de forte résistance, 7 GPa correspond à une taille de défaut de 8,8 nm seulement. Cette taille n'est pas beaucoup plus grande que les unités structurales tétraédriques du verre, donc la notion de «fissure» peut être plus utile en tant que modèle plutôt qu'en ayant une signification physique dans cette région.

Dans un environnement non inerte, on postule que la vitesse de croissance de fissure ou rapidité de croissance de fissure  $V$  est liée au facteur d'intensité de contrainte par l'équation empirique

$$\frac{da}{dt} = V(t) = AK_I^n(t) = V_c \left[ \frac{K_I(t)}{K_{Ic}} \right]^n \quad (7.1.4)$$

Here

$Y$  is a dimensionless crack geometry shape parameter (assumed to be constant),

$\sigma$  is the positive applied stress, and

$a$  is the flaw "depth", that is, the flaw size normal to the direction of applied stress. The distribution of crack sizes is statistical, as will be discussed in clause 10.

In the ideal inert environmental condition of low temperature (for example, liquid  $N_2$ ), or zero humidity, or high vacuum, cracks will grow only at the critical velocity and will then fracture. For a crack of constant size, the applied-stress intensity factor in equation (47.1.1) varies proportionally to the time-varying stress applied to the crack. The factor has a maximum value  $K_{Ic}$ , called the "critical stress intensity factor or fracture toughness". This occurs when the applied stress increases to its allowable maximum given by the inert strength  $S$  of the crack (typically above 15 GPa for a short length of pristine fibre) so at this instant the time-varying equation (7.1.1) becomes

$$K_{Ic} = YSa^{\frac{1}{2}} \quad (7.1.2)$$

At this point catastrophic failure occurs. Because of the required environment, inert strength is difficult to measure, and this has led to non-unique values obtained experimentally. We typically will use the term "strength", rather than "inert strength", to mean the limiting value of failure stress that would be measured for "instant fracture" under static or dynamic fatigue. (This is described mathematically in 8.3.3.) The value may have a dependence on the environment in which this measurement would occur.

For the fibre in a non-inert or active (ambient or hostile) environment, such as at higher temperatures and with humidity, water, or chemical species, any applied stress will cause crack growth to occur. This is called stress corrosion, since hydrolysis of silica bonds occurs. The values of the shape parameter  $Y$  and the fracture toughness  $K_{Ic}$  are uncertain to at least 10 %, but are assumed constant for that type of crack over a wide range of environments.

Then equation (7.1.2) establishes a one-to-one relationship between the increasing crack size in the active environment with the decreasing strength that could be approximately measured in an inert environment or for instant fracture. Numerically, with assumed values of  $Y \approx 1,24$  for an elliptical crack under tension and  $K_{Ic} \approx 0,8 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ , equation (7.1.2) is

$$a(\mu\text{m}) = 0,42[S(\text{GPa})]^{-2} \quad (7.1.3)$$

A strength of 0,7 GPa in the proof-stress region corresponds to a crack size of about 0,88  $\mu\text{m}$ . In the high-strength region, 7 GPa corresponds to a crack size of only 8,8 nm. The latter is not much larger than the tetrahedral structural units of the glass, so the concept of a "crack" may be more useful as a model, rather than being physically significant in this region.

In a non-inert environment, the rate of crack growth or crack growth velocity  $V$  is assumed to be related to the stress intensity factor by the empirical equation

$$\frac{da}{dt} = V(t) = AK_I^n(t) = V_c \left[ \frac{K_I(t)}{K_{Ic}} \right]^n \quad (7.1.4)$$

Cette équation contient la vitesse critique de croissance de fissure au moment de la défaillance

$$V_c = AK_{Ic}^n \quad (7.1.5)$$

Ici,  $A$  est un paramètre d'échelonnage du matériau qui dépend de l'environnement par la vitesse critique de croissance de fissure. Par exemple, on s'attend à ce que  $V_c$  augmente au fur et à mesure qu'augmente la pression partielle de l'eau. L'exposant sans dimension  $n$  représente le paramètre de susceptibilité à la corrosion sous contrainte de la fissure ou valeur  $n$  (en abrégé). La relation en loi de puissance de l'équation (7.1.4) vaut dans la région linéaire I de la courbe  $\log \dot{a}$  contre  $\log K_I$ , où  $n$  représente la pente de la courbe. Ceci n'a peut-être pas beaucoup de fondement physique mais est justifié par les résultats produits en approchant les résultats expérimentaux. Les deux paramètres  $n$  et  $A$  (ce qui inclue une dépendance de  $n$ ) dépendent tous deux de l'environnement particulier.

Dans le traitement ci-dessous, nous parlerons en général de résistance plutôt que de taille de défaut, bien que les deux soient interchangeables par le biais des équations (7.1.2) et (7.1.3). Pour calculer la façon dont une fissure s'affaiblit (perd de la résistance) lorsqu'une contrainte est appliquée, il faut substituer le facteur d'intensité de contrainte de l'équation (7.1.1) à la croissance de fissure de l'équation (7.1.4) et éliminer la taille de défaut par le biais de l'équation (7.1.2). Ceci donne la variation de la résistance en fonction de la contrainte appliquée:

$$\frac{dS^{n-2}(t)}{dt} = -\frac{\sigma^n(t)}{B} \quad (7.1.6)$$

Le paramètre de préservation de résistance de la fissure ou valeur  $B$  (en abrégé) est ainsi défini:

$$B^{-1} = \left(\frac{n}{2} + 1\right) AY^2 K_{Ic}^{n-2} = \left(\frac{n}{2} + 1\right) V_c \left(\frac{Y}{K_{Ic}}\right)^2 \quad (7.1.7)$$

Le paramètre varie en fonction de l'environnement par le biais des paramètres de cette équation définis auparavant. Il ne sera pas nécessaire dans ce qui suit de les connaître tous individuellement pour être en mesure de calculer  $B$ . Néanmoins, ce paramètre est difficile à mesurer (voir 12.3), et les valeurs citées peuvent être comprises entre  $10^{-8}$  et  $1 \text{ GPa}^2 \cdot \text{s}$ .

L'équation (7.1.6) peut être intégrée de façon que, si la fibre soit soumise à un ensemble de contraintes  $\sigma(t)$ , une fissure particulière à un temps initial 0 et pour une résistance initiale  $S(0)$  va s'affaiblir jusqu'à une résistance  $S(t)$  donnée par

$$S^{n-2}(t) = S^{n-2}(0) - \frac{1}{B} \int_0^t \sigma^n(\bar{t}) d\bar{t} \quad \text{avec } \sigma(t) < S(t) \quad (7.1.8a)$$

ou

$$\frac{S(t)}{S(0)} = \left\{ 1 - \frac{S^2(0)}{B} \int_0^t \left[ \frac{\sigma(\bar{t})}{S(0)} \right]^n d\bar{t} \right\}^{\frac{1}{n-2}} \quad (7.1.8b)$$

La fissure ne cède pas tant que sa résistance continue à être supérieure à la contrainte appliquée. Le dernier terme du côté droit représente les caractéristiques dynamiques de la contrainte appliquée et la réaction de la fibre vis-à-vis de celles-ci par le biais des paramètres fonction de l'environnement  $n$  et  $B$ . Noter que dans l'équation (7.1.8) la fragilisation de la fissure (et sa croissance) se prolonge tant que  $n$  est supérieur à 2, bien que des valeurs habituelles puissent être comprises entre 15 et 30 pour des fibres typiques, et dépasser 100

This contains the critical crack growth velocity at the instant of failure

$$V_c = AK_{Ic}^n \quad (7.1.5)$$

Here,  $A$  is a material scaling parameter that depends on the environment through the critical crack growth velocity. For example,  $V_c$  is expected to increase as the partial pressure of water increases. The dimensionless exponent  $n$  is the crack's stress corrosion susceptibility parameter or  $n$ -value (for short). The power-law relationship of equation (7.1.4) holds in the linear region I of the  $\log \dot{a}$  versus  $\log K_I$  curve, where  $n$  is the slope of the line. This may have little physical basis, but is justified by the results it produces in approximating experimental results. Both  $n$  and  $A$  (which includes a dependence upon  $n$ ) depend upon the particular environment.

In the treatment below, we will generally speak of strength rather than crack size, although they are interchangeable via equations (7.1.2) and (7.1.3). To calculate how a crack weakens (loses strength) as stress is applied, one substitutes the stress intensity factor of equation (7.1.1) into equation (7.1.4) for crack growth and eliminates crack size via equation (7.1.2). This gives the strength variation with applied stress:

$$\frac{dS^{n-2}(t)}{dt} = -\frac{\sigma^n(t)}{B} \quad (7.1.6)$$

Here one defines the crack's strength preservation parameter or  $B$ -value (for short):

$$B^{-1} = \left( \frac{n}{2} - 1 \right) AY^2 K_{Ic}^{n-2} = \left( \frac{n}{2} - 1 \right) V_c \left( \frac{Y}{K_{Ic}} \right)^2 \quad (7.1.7)$$

The parameter depends upon the environment through the earlier-defined parameters in this equation. It will not be necessary later in this document to individually know them all to be able to calculate  $B$ . However, to measure it is difficult (see 12.3), and quoted values may range from  $10^{-8}$  to  $1 \text{ GPa}^2\cdot\text{s}$ .

Equation (7.1.6) can be integrated so that if the fibre is subjected to a stress history  $\sigma(t)$ , a particular crack at an initial time 0 and of an initial strength  $S(0)$  will weaken to a strength  $S(t)$  given in

$$S^{n-2}(t) = S^{n-2}(0) - \frac{1}{B} \int_0^t \sigma^n(\bar{t}) d\bar{t} \quad \text{with } \sigma(t) < S(t) \quad (7.1.8a)$$

or

$$\frac{S(t)}{S(0)} = \left\{ 1 - \frac{S^2(0)}{B} \int_0^t \left[ \frac{\sigma(\bar{t})}{S(0)} \right]^n d\bar{t} \right\}^{\frac{1}{n-2}} \quad (7.1.8b)$$

The flaw does not break so long as its remaining strength exceeds the applied stress. The last term on the right side accounts for the dynamic characteristics of the applied stress and the fibre's response to it via the environmentally dependent parameters  $n$  and  $B$ . Note that in equations (7.1.8) crack weakening (and growth) occurs so long as  $n$  exceeds 2, though common values may range from 15 to 30 for typical fibres, to over a hundred for hermetic fibres.



pour des fibres hermétiques. De plus, un ensemble particulier de contraintes appliquées déjà subies aura un effet de fragilisation inférieur sur une fibre présentant une valeur  $B$  supérieure (comme l'indique son nom).

## 7.2 Défaillance de fissure

Dans le paragraphe précédent, la fissure se propageait et s'affaiblissait mais aucune défaillance ne se produisait. Lorsqu'une défaillance a lieu, la condition critique de défaillance de l'équation (7.1.2) survient lorsque la résistance finale de l'équation (7.1.8) devient égale à la contrainte appliquée au moment de la défaillance  $t_f$ , c'est-à-dire

$$t = t_f \quad \text{et} \quad S(t_f) = \sigma(t_f) \quad (7.2.1)$$

(Dans une autre interprétation, la taille de défaut a augmenté jusqu'à atteindre la valeur critique donnée par les équations (7.1.2) et (7.1.3).) En utilisant cette condition et la dégradation de la résistance donnée par (7.1.8), on obtient l'équation de la durée de vie générale

$$\sigma^{n-2}(t_f) = S^{n-2}(0) - \frac{1}{B} \int_0^{t_f} \sigma^n(t) dt \quad (7.2.2a)$$

ou

$$\frac{S(0)}{\sigma(t_f)} = \left\{ 1 + \frac{\sigma^2(t_f)}{B} \int_0^{t_f} \left[ \frac{\sigma(t)}{\sigma(t_f)} \right]^n dt \right\}^{\frac{1}{n-2}} \quad (7.2.2b)$$

Le ratio sous le signe d'intégration devient unité au moment de la défaillance. Cette équation, sous ses deux formes, donne de façon implicite la durée de vie  $t_f$  pour tout ensemble de contraintes subies  $\sigma(t)$  dans un environnement stable donné.

Une simplification ultérieure est utile pour les cas dans lesquels le terme situé à gauche de l'équation (7.2.2a) peut être négligé, c'est-à-dire quand la contrainte de défaillance est quelque peu inférieure à la résistance initiale. Par exemple, le terme de la contrainte de défaillance est négligeable (moins de ~1 % des deux autres termes) quand

$$\sigma(t_f) \leq 0,01^{\frac{1}{n-2}} S(0) \quad (7.2.3)$$

Pour les exemples  $n = 15$  et  $30$ , ceci vaut si la contrainte appliquée de défaillance est inférieure à 70 % et 85 % de la résistance initiale, respectivement. Donc, si une fragilisation de fissure (ou une croissance de fissure) suffisante a eu lieu, l'équation de durée de vie générale (7.2.2a) se résume à

$$\int_0^{t_f} \sigma^n(t) dt = BS^{n-2}(0) \quad (7.2.4)$$

Un avantage de cette forme est qu'il n'est pas nécessaire maintenant de connaître  $B$  et  $S^{n-2}(0)$  séparément, mais seulement sous forme de produit. (Elle permet aussi de produire les diagrammes linéarisés donnés en dessous de l'équation (8.1.2) pour la fatigue statique et de l'équation (8.2.3) pour la fatigue dynamique. Cette approximation est donc souvent utilisée dans la littérature).

Moreover, a particular applied stress history will have a smaller weakening effect on a fibre having a higher value of  $B$  (in keeping with its name).

## 7.2 Crack fracture

In the previous subclause, the crack grew and weakened, but did not break. With fracture the critical failure condition of equation (7.1.2) occurs just when the final strength in equations (7.1.8) equals the applied stress at the instant of failure  $t_f$ , that is

$$t = t_f \text{ and } S(t_f) = \sigma(t_f) \quad (7.2.1)$$

(In another interpretation the crack size has grown to the critical value given by equations (7.1.2) and (7.1.3)). Using this condition and the strength degradation equations (7.1.8), one obtains the general lifetime equation

$$\sigma^{n-2}(t_f) = S^{n-2}(0) - \frac{1}{B} \int_0^{t_f} \sigma^n(t) dt \quad (7.2.2a)$$

or

$$\frac{S(0)}{\sigma(t_f)} = \left\{ 1 + \frac{\sigma^2(t_f)}{B} \int_0^{t_f} \left[ \frac{\sigma(t)}{\sigma(t_f)} \right]^n dt \right\}^{\frac{1}{n-2}} \quad (7.2.2b)$$

The ratio under the integral sign becomes unity at fracture. Either form of this equation implicitly gives the lifetime  $t_f$  for any stress history  $\sigma(t)$  in a given fixed environment.

Further simplification is useful for those cases in which the left side in equation (7.2.2a) is negligible, that is the fracture stress is somewhat less than the initial strength. For example, that fracture stress term is negligible (less than ~1 % of the other two terms) when

$$\sigma(t_f) \leq 0,01^{\frac{1}{n-2}} S(0) \quad (7.2.3)$$

For the examples  $n = 15$  and  $30$ , this holds if the applied fracture stress is less than 70 % and 85 % of the initial strength, respectively. Hence if sufficient crack weakening (crack growth) has occurred, the general lifetime equation of equation (7.2.2a) is simply

$$\int_0^{t_f} \sigma^n(t) dt = B S^{n-2}(0) \quad (7.2.4)$$

An advantage of this form is that now  $B$  and  $S^{n-2}(0)$  do not need to be known separately, but only in a product. (Also, it results in the linearized plots below of equation (8.1.2) for static fatigue and equation (8.2.3) for dynamic fatigue, so this approximation is often used in the literature.)

### 7.3 Caractéristiques des résultats généraux

- La fragilisation de fissure dans l'équation (7.1.8) et la défaillance de fissure dans l'équation (7.2.2) dépendent de l'intensité de la contrainte appliquée et de la durée d'application de la contrainte, ainsi que des paramètres de fissure  $n$ ,  $B$ .
- Ces résultats généraux peuvent être appliqués à un grand nombre de problèmes pratiques relatifs à la fragilisation de la fibre ou à la défaillance dus à une contrainte appliquée. Certains de ces problèmes seront abordés ci-dessous; ils comprennent les essais de sélection, qui sont censés être non destructifs, les essais destructifs de fatigue statique et de fatigue dynamique, ainsi que la prédiction de la durée de vie ou du taux de défaillance en service.
- Les équations (7.1.8) relatives à la fragilisation des fissures peuvent être appliquées de façon répétée, par exemple, aux essais de sélection au cours de la fabrication, aux essais destructifs de fatigue, à la période de transport où les contraintes sont proches de zéro, à la procédure de câblage ainsi qu'au déploiement sur le terrain. La diminution de la résistance au cours de chacune de ces phases (et par suite du début à la fin), peut ainsi être calculée.
- Tous les résultats supposent que la résistance décroît avec le temps uniquement en fonction des contraintes appliquées. Pour un environnement fixé, les paramètres de fatigue sont supposés rester identiques avec le temps. Ceci est une limitation puisqu'on a observé qu'ils varient en fonction de la température et de l'humidité, mais aucune fonction de cartographie de ces paramètres en fonction de l'environnement n'a encore été approuvée.
- La résistance peut se modifier dans des environnements hostiles même en l'absence de contrainte appliquée; on parle alors de vieillissement sous contrainte zéro. Dans la région intrinsèque, la résistance aux petites fissures diminue souvent, tandis que dans la région de l'essai de sélection la résistance des fissures plus grandes augmente parfois. Des expériences peuvent parfois mélanger les deux phénomènes, et si les effets ne sont pas séparés, l'analyse des résultats peut produire des estimations incorrectes des paramètres de fatigue.
- Pour des estimations portant sur la fiabilité, il est nécessaire de prendre en considération les contraintes déjà subies et les conditions environnementales auxquelles la fibre a été exposée avant d'être installée, de même que la distribution de la résistance, les paramètres de fatigue, les caractéristiques de vieillissement, les contraintes et l'environnement que l'on prévoit lors l'application sur le terrain.

### 7.4 Contrainte et déformation

Au lieu d'utiliser la contrainte, il est possible de se servir de l'augmentation fractionnaire de la longueur, la déformation  $\varepsilon$ . Ces deux paramètres sont mis en rapport dans les références. [2], [3] par la relation quadratique

$$\sigma(\varepsilon) = E_0(1+c\varepsilon)\varepsilon \quad (7.4.1)$$

Ici  $E_0$  est le module de Young de contrainte zéro qui a des valeurs comprises entre 70,3 GPa et 73,8 GPa. Le terme de non-linéarité  $c$  est échelonné de 3 à 3.3 pour la déformation longitudinale; nous utiliserons ici la première valeur. Du fait de distributions de contraintes asymétriques, la valeur change pour d'autres géométries exposées en référence [4] et brièvement en 10.2. Dans ce rapport technique, la contrainte sera utilisée de préférence à la déformation. En inversant l'équation (7.4.1) on obtient la déformation en fonction de la contrainte:

$$\varepsilon(\sigma) = \frac{(E_0^2 + 4E_0c\sigma)^{\frac{1}{2}} - E_0}{2E_0c} \quad (7.4.2)$$

### 7.3 Features of the general results

- Crack weakening in equations (7.1.8) and crack failure in equations (7.2.2a) and (7.2.2b) depend on the magnitude of the applied stress and upon the duration of the stress application, as well as the crack parameters  $n, B$ .
- These general results can be applied to many different practical problems concerning fibre weakening or failure due to applied stress. Some of these problems will be treated below; they include prooftesting, which is intended to be non-destructive, the destructive tests of static fatigue and dynamic fatigue, and predicting service lifetime or failure rate.
- Equations (7.1.8) for crack weakening may be applied repeatedly, for example, to the prooftesting during manufacture, to destructive fatigue testing, to a dormant shipping period of almost zero stress, to the cabling process, and to field deployment. The strength decrease during each period (and thus from beginning to end) may thus be calculated.
- All results assume that the strength decreases with time as a function of the applied stress alone. For a fixed environment, the fatigue parameters are assumed to remain unchanged with time. This is a limitation because they have been observed to change with temperature and humidity, and no mapping functions of these parameters versus environment have been agreed upon.
- Strength can change in harsh environments even when no stress is applied; this is called zero-stress ageing. In the intrinsic region, the small-flaw strength often decreases, whereas in the prooftest region the strength of the larger flaws sometimes increases. Experiments may sometimes mix the two phenomena, and, if the effects are not separated, the analysis of results can produce incorrect estimates of the fatigue parameters.
- For reliability estimates, careful engineering judgement is required concerning the load-time history and the environmental conditions the fibre experienced before installation, the strength distribution, the fatigue parameters, the ageing characteristics, and the stresses and environments expected in the field application.

### 7.4 Stress and strain

Instead of using stress, one may speak of the associated fractional increase in length, the strain  $\varepsilon$ . The two are related in references [2], [3] by the quadratic relationship

$$\sigma(\varepsilon) = E_0(1 + c\varepsilon)\varepsilon \quad (7.4.1)$$

Here  $E_0$  is the zero-strain Young's modulus which has values of 70,3 GPa to 73,8 GPa. The non-linearity term  $c$  has ranged from 3 to 3,3 for axial strain; we will use the former here. Due to asymmetric stress distributions, the value changes in other geometries discussed in reference [4] and briefly in 10.2. In this technical report, stress will be used rather than strain. Inverting equation (7.4.1) gives strain in terms of stress:

$$\varepsilon(\sigma) = \frac{\left(E_0^2 + 4E_0c\sigma\right)^{\frac{1}{2}} - E_0}{2E_0c} \quad (7.4.2)$$

Une contrainte de 0,7 GPa, utilisée typiquement comme contrainte d'essai de sélection, correspond à une déformation comprise entre 0,92 % et 0,97 %.

On suppose une fibre de verre parfaitement circulaire d'un diamètre de 125 µm, et on ignore la contribution du revêtement à la charge. Alors une contrainte de 1 GPa équivaut à une force de 12,272 N ou à une charge de 1251,4 gf.

## 8 Essais de fatigue

Nous allons maintenant examiner les moyens qui permettent de mesurer les paramètres des fissures mentionnés à l'article 7. Une méthode consiste en des essais de fatigue appliqués de façon destructrice à un grand nombre d'éprouvettes de fibre ayant une longueur en essai fixe. Ceci permet de mesurer  $n$  ainsi que le produit  $BS^{n-2}$ . Il y a deux types d'essais de fatigue, et les indices  $s$  et  $d$  représentent les paramètres, respectivement, mesurés dans des conditions statiques et dynamiques.

### 8.1 Fatigue statique

Dans les essais de fatigue statique une éprouvette est soumise à une contrainte appliquée constante  $\sigma_a$  jusqu'à ce que la plus faible fissure présentant une résistance initiale  $S$  se rompe lors d'un temps de défaillance observé  $t_f$ . Cet historique des contraintes est montré schématiquement dans la figure 8. Selon les équations (7.2.2a) et (7.2.2b) la durée de vie jusqu'à la défaillance est

$$t_f(\sigma_a) = B_s \sigma_a^{-n_s} (S^{n_s-2} - \sigma_a^{n_s-2}) \quad (8.1.1)$$

Si le rapport de la contrainte à la résistance est suffisamment petit, comme dans l'équation (7.2.3), où si l'équation de durée de vie approximative (7.2.4) est utilisée, celle-ci a la forme réduite

$$t_f(\sigma_a) \approx B_s S^{n_s-2} \sigma_a^{-n_s} = t_f(1) \sigma_a^{-n_s} \quad (8.1.2)$$

qui a la valeur d'intersection pour la contrainte unité

$$t_f(1) = B_s S^{n_s-2} \quad (8.1.3)$$

qui dépend des unités utilisées. (Noter que cette intersection n'a pas la dimension du temps.)

A stress of 0,7 GPa, typically used as a proofstress, corresponds to a strain of 0,92 % to 0,97 %.

We assume a perfectly circular glass fibre with a diameter of 125 µm and ignore the coating contribution to load. Then 1 GPa stress is equivalent to a force of 12,272 N or a load of 1251,4 gf.

## 8 Fatigue testing

We now examine means by which the crack parameters mentioned in clause 7 may be measured. One method is by fatigue testing applied destructively to numerous fibre specimens of a fixed gauge length. These allow for the measurement of  $n$  and the product  $BS^{n-2}$ . There are two types of fatigue testing, and the subscripts  $s$  and  $d$  refer to parameters measured under static and dynamic conditions, respectively.

### 8.1 Static fatigue

In static fatigue a fibre specimen is subjected to a constant applied stress  $\sigma_a$  until the weakest crack of initial strength  $S$  breaks at an observed failure time  $t_f$ . This stress history is shown schematically in figure 8. From equations (7.2.2a) and (7.22 b) the failure lifetime is

$$t_f(\sigma_a) = B_s \sigma_a^{-n_s} (S^{n_s-2} - \sigma_a^{n_s-2}) \quad (8.1.1)$$

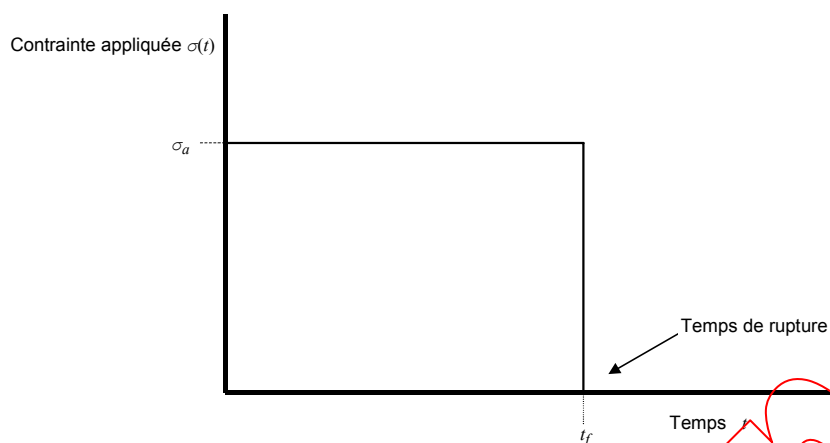
If the stress-to-strength ratio is sufficiently small, such as in equation (7.2.3), or if the approximate lifetime equation (7.2.4) is used, then this has the reduced form

$$t_f(\sigma_a) \approx B_s S^{n_s-2} \sigma_a^{-n_s} = t_f(1) \sigma_a^{-n_s} \quad (8.1.2)$$

This has the unit-stress "intercept" value

$$t_f(1) = B_s S^{n_s-2} \quad (8.1.3)$$

which depends upon the units used. (Note that this intercept does not have the dimension of time.)

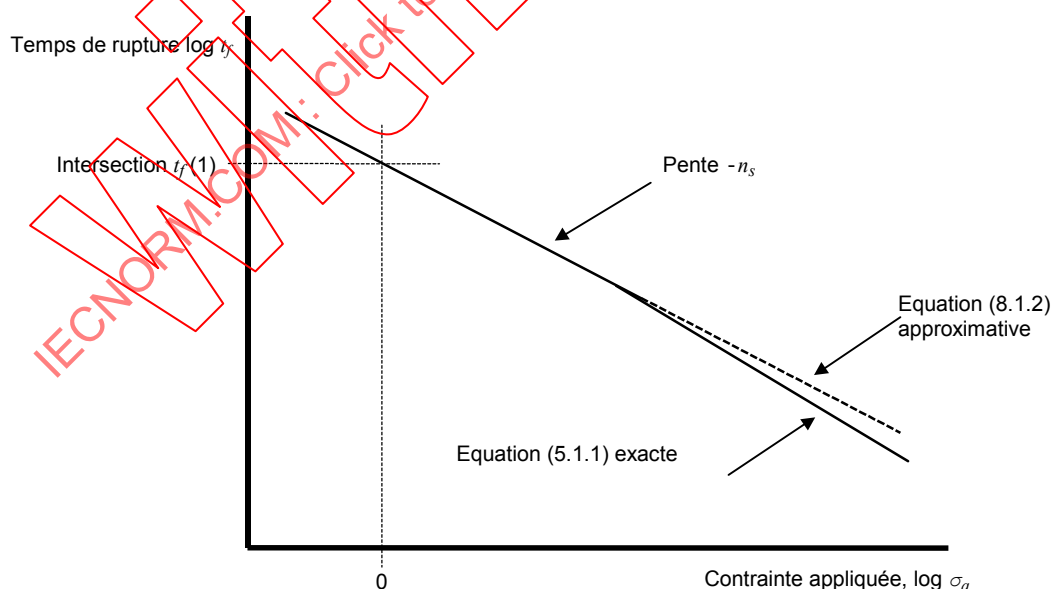


**Figure 8 – Fatigue statique: contrainte appliquée en fonction du temps pour une contrainte appliquée donnée**

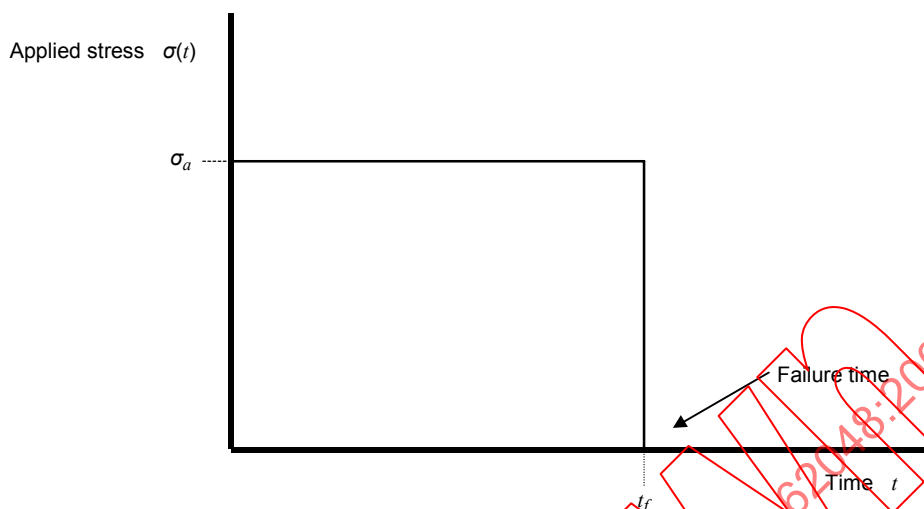
Au cours des essais de fatigue statique, différentes contraintes sont appliquées à différents ensembles d'éprouvettes. Selon l'équation (8.1.2), un graphe ln-ln des temps de défaillance en fonction des contraintes appliquées donne

$$\log t_f(\sigma_a) \approx \log t_f(1) - n_s \log \sigma_a \quad (8.1.4)$$

Les données devraient produire une ligne droite / parfaitement ajustée avec une pente négative de  $-n_s$  et une intersection verticale de  $\log t_f(1)$ . (Cette valeur dépendra des unités utilisées, et peut requérir une extrapolation en ligne droite au-delà des points de données.) Ces données sont illustrées schématiquement dans la figure 9. Selon l'équation (8.1.1), des non-linéarités sont attendues pour des contraintes appliquées fortes ou des fissures faibles. Comme indiqué en 8.3.4, ceci peut provoquer des erreurs dans la mesure de  $n_s$ .



**Figure 9 – Fatigue statique: données schématiques de temps de défaillance en fonction de la contrainte appliquée**

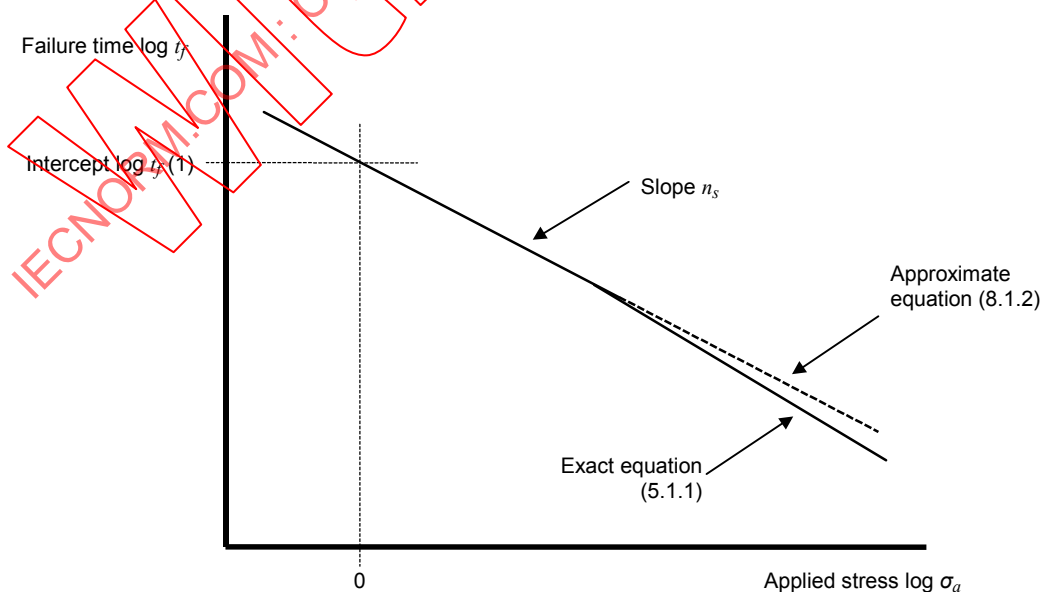


**Figure 8 – Static fatigue: applied stress versus time for a particular applied stress**

In static fatigue testing, different stresses are applied to different sets of specimens. From equation (8.1.2), a ln-ln plot of failure times versus applied stresses gives

$$\log t_f(\sigma_a) \approx \log t_f(1) - n_s \log \sigma_a \quad (8.1.4)$$

The data should lead to a best-fit straight line with a negative slope of  $-n_s$  and a vertical intercept of  $\log t_f(1)$ . (This value will depend on the units used, and may require a straight-line extrapolation beyond the data points.) This data is shown schematically in figure 9. According to equation (8.1.1), non-linearities are expected for large applied stress or weak flaws. As discussed in 8.3.4, this can lead to errors in measuring  $n_s$ .



**Figure 9 – Static fatigue: schematic data of failure time versus applied stress**



## 8.2 Fatigue dynamique

Ces essais sont conduits selon deux méthodes différentes. Dans l'une, la contrainte est appliquée jusqu'à ce que la fibre se rompe. Dans l'autre, la contrainte est appliquée jusqu'à une valeur maximale ou jusqu'à ce que la fibre se rompe, selon ce qui se produit en premier.

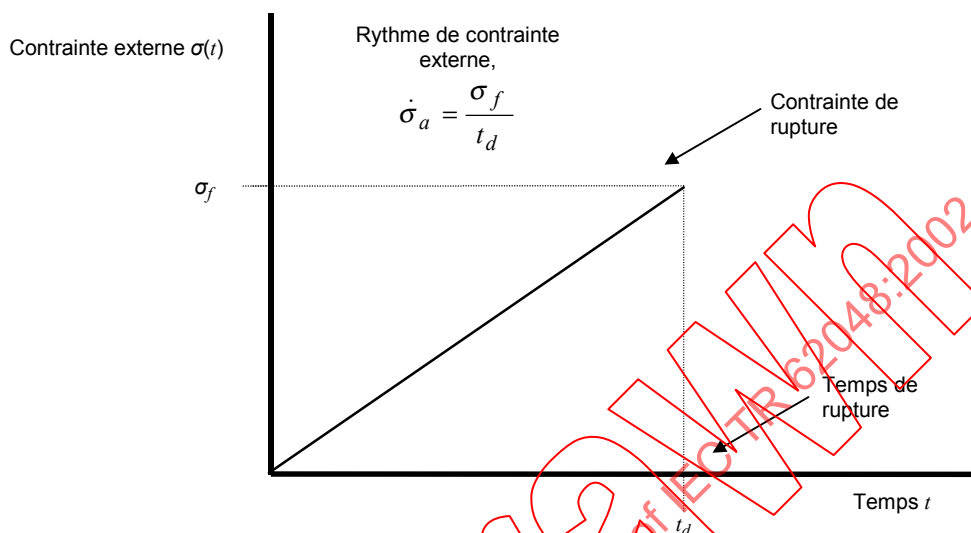


Figure 10 – Fatigue dynamique: contrainte appliquée en fonction du temps pour un taux donné de contrainte appliquée

### 8.2.1 Fatigue à la défaillance

Au cours des essais les plus courants de fatigue dynamique, une éprouvette est soumise à un taux de contrainte appliquée constant  $\dot{\sigma}_a$  jusqu'à ce que la fissure la plus faible présentant une résistance initiale  $S$  se rompe à un temps de défaillance observé  $t_d$  ou sous une contrainte de défaillance dynamique.

$$\sigma_f = \dot{\sigma}_a t_d \quad (8.2.1)$$

Cet historique des contraintes est illustré schématiquement dans la figure 10. (Ne pas confondre  $t_d$  avec le temps de maintien de l'essai de sélection, défini en 9.1.) Selon l'équation (7.2.2a et 7.2.2 b) la contrainte de défaillance est

$$\sigma_f(\dot{\sigma}_a) = \left[ (n_d + 1) B_d \dot{\sigma}_a \left( S^{n_d-2} - \sigma_f^{n_d-2} \right) \right]^{\frac{1}{n_d+1}} \quad (8.2.2)$$

Si le rapport de la contrainte à la résistance est suffisamment petit comme dans l'équation (7.2.3), ou si l'équation de durée de vie approximative (7.2.4) est utilisée, celle-ci a la forme réduite

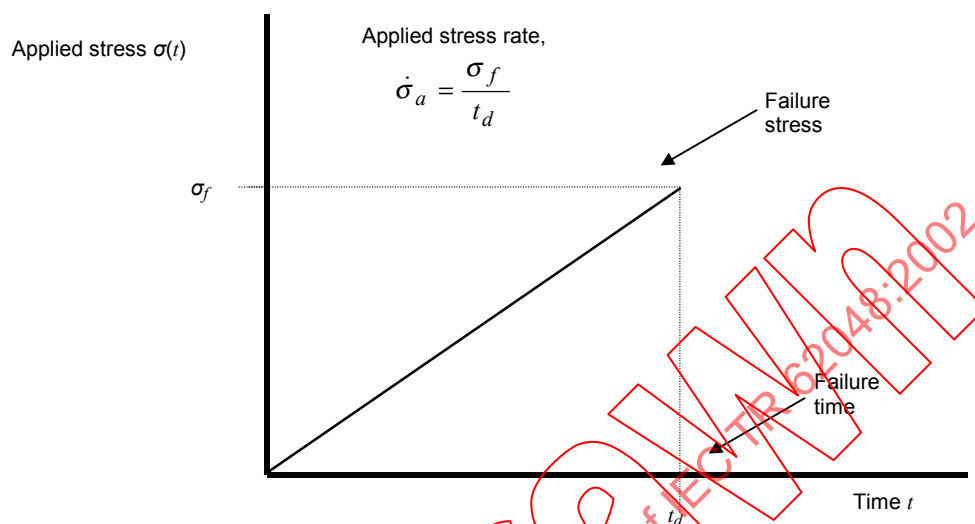
$$\sigma_f(\dot{\sigma}_a) \approx \left[ (n_d + 1) B_d \dot{\sigma}_a S^{n_d-2} \right]^{\frac{1}{n_d+1}} = \sigma_f(1) \dot{\sigma}_a^{\frac{1}{n_d+1}} \quad (8.2.3)$$

qui a la valeur d'intersection pour le taux de contrainte-unité

$$\sigma_f(1) = \left[ (n_d + 1) B_d S^{n_d-2} \right]^{\frac{1}{n_d+1}} \quad (8.2.4)$$

## 8.2 Dynamic fatigue

This test is performed in either of two ways. In one, the stress is applied until the fibre breaks. In the other, the stress is applied to a maximum value or until the fibre breaks, whichever occurs first.



**Figure 10 – Dynamic fatigue: applied stress versus time for a particular applied stress rate**

### 8.2.1 Fatigue to breakage

In the more common dynamic fatigue a fibre specimen is subjected to a constant applied stress rate  $\dot{\sigma}_a$  until the weakest crack of initial strength  $S$  breaks at an observed failure time  $t_d$  or dynamic failure stress

$$\sigma_f = \dot{\sigma}_a t_d \quad (8.2.1)$$

This stress history is shown schematically in figure 10. (Do not confuse  $t_d$  with prooftesting dwelltime defined in 9.1.) From equations (7.2.2a) and (7.2.2b), the failure stress is

$$\sigma_f(\dot{\sigma}_a) = \left[ (n_d + 1) B_d \dot{\sigma}_a \left( S^{n_d-2} - \sigma_f^{n_d-2} \right) \right]^{\frac{1}{n_d+1}} \quad (8.2.2)$$

If the stress-to-strength ratio is sufficiently small according to equation (7.2.3), or if the approximate lifetime equation (7.2.4) is used, then this has the reduced form

$$\sigma_f(\dot{\sigma}_a) \approx \left[ (n_d + 1) B_d \dot{\sigma}_a S^{n_d-2} \right]^{\frac{1}{n_d+1}} = \sigma_f(1) \dot{\sigma}_a^{\frac{1}{n_d+1}} \quad (8.2.3)$$

This has the unit-stress-rate "intercept" value

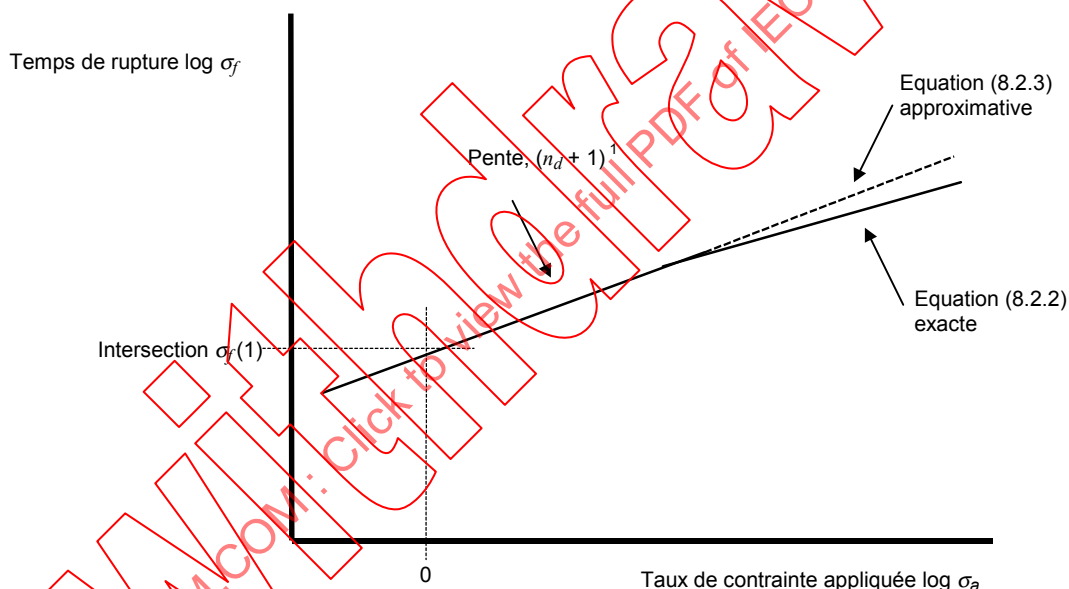
$$\sigma_f(1) = \left[ (n_d + 1) B_d S^{n_d-2} \right]^{\frac{1}{n_d+1}} \quad (8.2.4)$$

qui dépend des unités utilisées. (Noter que cette intersection n'a pas la dimension d'une contrainte.) (Il est également possible de travailler avec  $t_d$  contre  $\sigma_f$  ou  $\dot{\sigma}_a$ , mais ces formats sont moins courants.)

Au cours des essais de fatigue dynamique, différents taux de contraintes sont appliqués à différents ensembles d'éprouvettes. Selon l'équation (8.2.3), un graphe ln-ln des contraintes de défaillance en fonction des taux de contrainte donne

$$\log \sigma_f(\dot{\sigma}_a) \approx \log \sigma_f(1) + \frac{\log \dot{\sigma}_a}{n_d + 1} \quad (8.2.5)$$

Les données devraient produire une ligne droite parfaitement ajustée avec une pente négative de  $(n_d + 1)^{-1}$  et une intersection verticale de  $\log \sigma_f(1)$ . (Cette valeur dépendra des unités utilisées, et peut requérir une extrapolation linéaire au-delà des points de données.) Ces données sont illustrées schématiquement dans la figure 11. Selon l'équation (8.2.2), des non-linéarités sont attendues pour des contraintes appliquées fortes ou des fissures faibles. Comme indiqué en 8.3.4, ceci peut provoquer des erreurs dans la mesure de  $n_d$ .



**Figure 11 – Fatigue dynamique: données schématiques de temps de défaillance en fonction du taux de contrainte appliquée**

## 8.2.2 Fatigue jusqu'à une contrainte maximale

Pour des prédictions de fiabilité à long terme, il est utile d'obtenir des données portant sur la portion de faible résistance et de faible probabilité de défaillance de la distribution de Weibull, qui est traitée en 10.1.2, 10.4, et 10.7. Excepté pour des déploiements de fibre qui impliquent des contraintes très élevées, des flexions très fortes ou des probabilités admises de défaillance plutôt élevées, ce sont ces fissures qui comptent le plus. L'une des méthodes qui permettent de caractériser ces fissures est l'essai de fatigue dynamique avec élimination.

Comme dans la référence [5] la méthode diffère de plusieurs façons des essais habituels de fatigue dynamique. La longueur en essai est plus longue et un plus nombre d'échantillons est utilisé. Ces deux facteurs impliquent qu'une très grande longueur de fibre est mise à l'essai. Un seul taux de déformation élevé est appliqué, et la contrainte appliquée associée est limitée à une valeur maximale  $\sigma_{\max}$  à l'intérieur du mode inférieur de la distribution de résistance de Weibull. L'historique des contraintes est similaire à celui représenté dans la figure 10 avec un

which depends upon the units used. (Note that this intercept does not have the dimension of stress.) (One can also work with  $t_d$  versus  $\sigma_f$  or  $\dot{\sigma}_a$ , but these formats are less common.)

In dynamic fatigue testing, different stress rates are applied to different sets of specimens. From equation (8.2.3), a ln-ln plot of failure stresses versus stress rates gives

$$\log \sigma_f(\dot{\sigma}_a) \approx \log \sigma_f(1) + \frac{\log \dot{\sigma}_a}{n_d + 1} \quad (8.2.5)$$

The data should lead to a best-fit straight line with a slope of  $(n_d + 1)^{-1}$  and a vertical intercept of  $\log \sigma_f(1)$ . (This value will depend on the units used and may require a straight-line extrapolation beyond the data points.) This data is shown schematically in figure 11. According to equation (8.2.2), non-linearities are expected for large failure stresses or weak flaws. As discussed in 8.3.4, this can lead to errors in measuring  $n_d$ .



**Figure 11 – Dynamic fatigue: schematic data of failure time versus applied stress rate**

### 8.2.2 Fatigue to a maximum stress

For long-term reliability prediction, it is useful to obtain data in the low-strength low-fracture-probability portion of the Weibull distribution discussed in 10.1.2, 10.4, and 10.7. Except for fibre deployments that involve very high stresses, very tight bends, or rather high allowable failure probabilities, it is these cracks that are more important. One method of characterizing these cracks is dynamic fatigue testing with censoring.

According to reference [5], the method differs in several ways from the usual dynamic fatigue testing. The gauge length is longer, and more samples are used. Both these factors mean that a very long length of fibre is tested. Only one high strain rate is applied, and the resulting applied stress is limited to a maximum value  $\sigma_{\max}$  within the lower mode of the Weibull strength distribution. The stress history is similar to that of figure 10 with a constant stress rate,

taux de contrainte constant, mais avec une contrainte maximale  $\sigma_f$  jusqu'à la défaillance ou  $\sigma_{\max}$  sans défaillance. Ce dernier cas est plus courant, ce qui signifie qu'une plus petite fraction de fibre sur une longueur d'échantillon plus élevée se rompt.

Des détails supplémentaires relatifs aux mesures et aux calculs sont donnés en 8.3.2 et 8.3.3.

### 8.3 Comparaisons de la fatigue statique et dynamique

#### 8.3.1 Ordonnées à l'origine (intersection) et paramètres obtenus

Les paramètres  $n$ ,  $B$  obtenus statistiquement ou de façon dynamique devraient en principe être égaux pour un même environnement. Avec quelques exceptions pour la valeur  $n$ , les indices  $s$  et  $d$  ne seront plus utilisés à partir de ce point. Les équations (8.1.8a) et (8.2.8b) relient les ordonnées à l'origine comme suit

$$BS^{n-2} = t_f(1) = \frac{\sigma_f^{n+1}(1)}{n+1} \quad (8.3.1)$$

#### 8.3.2 Durée

Les expériences de fatigue statique sont conduites généralement sur de plus longues durées (de quelques jours à quelques mois), et peuvent être menées dans des environnements hostiles (température élevée, humidité et présence possible de substances chimiques). Les essais de fatigue dynamique sont habituellement menés sur de plus courtes durées (de quelques secondes à quelques heures), souvent (mais pas systématiquement) dans un environnement inerte ou ambiant. Il est nécessaire pour plusieurs applications d'estimer la distribution de la résistance dans le voisinage de la contrainte d'essai de sélection, ce qui se fait d'habitude au moyen des essais de fatigue dynamique.

La résolution de l'équation (8.1.2) pour  $t_f(1)$  et de l'équation (8.2.3) pour  $\sigma_f(1)$ , et l'utilisation de l'équation (8.3.1) donne

$$\sigma_a^n f = \frac{\sigma_f^{n+1}}{(n+1)\dot{\sigma}_a} \quad (8.3.2)$$

Ceci suggère que si la contrainte appliquée statique est fixée au même niveau que la contrainte de défaillance dynamique, alors comme dans la référence [6]

$$t_f = \frac{\sigma_f}{(n+1)\dot{\sigma}_a} = \frac{t_d}{n+1} \quad (8.3.3)$$

où l'équation (8.2.1) a été utilisée. Cela signifie qu'un temps de défaillance statique «effectif» peut être obtenu en divisant le temps de défaillance dynamique par  $n+1$ .

Dans une approche étendue, deux défauts présentant des résistances passives initiales différentes  $S_1$ ,  $S_2$  avant les essais de fatigue statique et dynamique sont équivalents si, à partir de l'équation exacte de durée de vie statique (8.1.1)

$$\left( \frac{S_1}{\sigma_a} \right)^{n-2} = 1 + \frac{\sigma_a^2 t_f}{B} \quad (8.3.4)$$

et à partir de l'équation de contrainte de défaillance dynamique «exacte» (8.2.2)

but with the highest stress being either  $\sigma_f$  with breakage or  $\sigma_{\max}$  without breakage. The latter is more common, and this means that a smaller fraction of fibre from a longer sampled length is broken.

More details of the measurements and calculations are given in 8.3.2 and 8.3.3.

### 8.3 Comparisons of static and dynamic fatigue

#### 8.3.1 Intercepts and parameters obtained

The parameters  $n, B$  obtained statically or dynamically should in principle be equal for the same environment. With a few exceptions for the  $n$ -value, we will drop the subscripts  $s$  and  $d$  from this point forward. Then equations (8.1.3) and (8.2.4) relate the intercepts as

$$BS^{n-2} = t_f(1) = \frac{\sigma_f^{n+1}(1)}{n+1} \quad (8.3.1)$$

#### 8.3.2 Time duration

Static fatigue experiments are usually carried out over longer periods of time (days to months), and may be conducted in a hostile environment (elevated temperature, humidity, and possible chemical species). Dynamic fatigue is usually carried out over shorter periods of time (seconds to hours), often (but not always) in an inert or ambient environment. For many applications it is necessary to assess the strength distribution in the neighbourhood of the proof test stress, usually by dynamic fatigue testing.

Solving equation (8.1.2) for  $t_f(1)$  and equation (8.2.3) for  $\sigma_f(1)$ , and using equation (8.3.1) gives

$$\sigma_a^n t_f = \frac{\sigma_f^{n+1}}{(n+1)\dot{\sigma}_a} \quad (8.3.2)$$

This suggests that, if the static applied stress is taken equivalent to the dynamic failure stress, then as in reference [6]

$$t_f = \frac{\sigma_f}{(n+1)\dot{\sigma}_a} = \frac{t_d}{n+1} \quad (8.3.3)$$

where equation (8.2.1) has been used. This means that an "effective" static failure time results from dividing the dynamic failure time by  $n+1$ .

In an extended approach, two flaws of different initial inert strengths  $S_1, S_2$  prior to static and dynamic fatigue are equivalent if from the "exact" static lifetime equation (8.1.1)

$$\left( \frac{S_1}{\sigma_a} \right)^{n-2} = 1 + \frac{\sigma_a^2 t_f}{B} \quad (8.3.4)$$

and from the "exact" dynamic failure stress equation (8.2.2)

$$\left( \frac{S_2}{\sigma_f} \right)^{n-2} = 1 + \frac{\sigma_f^3}{(n+1)B\dot{\sigma}_a} \quad (8.3.5)$$

En associant les côtés gauches on obtient

$$t_f = \frac{\sigma_f^3}{\sigma_a^2(n+1)\dot{\sigma}_a} \quad (8.3.6)$$

L'équation (8.3.2) a été appliquée à des résultats de fatigue statique et dynamique obtenus dans plusieurs laboratoires sur la même fibre mesurée dans différentes géométries de déploiement (voir la référence [6]). Lorsque les corrections non linéaires de l'équation (7.4.1) et les corrections de surface de 10.2 ont été incorporées, les valeurs  $n$  de fatigue statique et dynamique dans une courbe de fatigue statique tombaient sur la même ligne. Mais la pente de la ligne variait, pour donner des valeurs  $n$  comprises entre 17 pour des contraintes élevées et des durées courtes et 40 pour des contraintes faibles et des durées longues.

### 8.3.3 Résistance dynamique et passive

Selon les équations (8.2.1) et (8.2.2), le rapport entre la résistance passive et la contrainte de défaillance (ou «résistance dynamique») est

$$\frac{S}{\sigma_f} = \left[ 1 + \frac{\sigma_f^3}{(n+1)B\sigma_a} \right]^{\frac{1}{n-2}} \approx \left[ 1 + \frac{\sigma_f^2 t_d}{(n+1)B} \right]^{\frac{1}{n-2}} \quad (8.3.7)$$

qui se rapproche de l'unité au fur et à mesure que le taux de contrainte (ou valeur  $B$ ) augmente. Ceci explique pourquoi des taux de contraintes élevés sont parfois utilisés pour évaluer expérimentalement la résistance passive.

### 8.3.4 Non-linéarités des courbes

Au cours des essais de fatigue statique, le temps de défaillance diminue en même temps que la contrainte appliquée constante augmente, comme cela est montré dans l'équation (8.1.1). La contrainte appliquée se rapproche de la résistance «passive» tandis que le temps de défaillance diminue. Pour la courbe de  $\ln t_f$  en fonction de  $\ln \sigma_a$  comme dans l'équation (8.1.4); l'équation (8.1.1) plus exacte mène à une

$$\text{pente logarithmique de fatigue statique} = - \frac{n_s - 2 \left( \frac{\sigma_a}{S} \right)^{n_s-2}}{1 - \left( \frac{\sigma_a}{S} \right)^{n_s-2}} \quad (8.3.8)$$

Au fur et à mesure que la contrainte appliquée augmente, la courbe de la figure 9 va s'incliner vers le bas de telle façon que la valeur absolue de la pente augmente de  $n_s$  vers des valeurs plus élevées, si bien que la valeur  $n_s$  apparente est plus élevée.

Dans les essais de fatigue dynamique, la contrainte de défaillance ou résistance dynamique augmente en même temps que le taux de contrainte, comme l'indique l'équation (8.2.2). Par exemple, si  $n_d = 15$  et 30, le fait d'augmenter le taux de contrainte par un facteur de 1 000 (ce qui est souvent fait dans les essais de fatigue dynamique), augmente la résistance dynamique, respectivement, de 54 % et 25 %. De plus, des facteurs de proportionnalité expriment le rapport entre les deux résistances par rapport à l'environnement (par le biais de  $B$  et  $n$ ).

$$\left(\frac{S_2}{\sigma_f}\right)^{n-2} = 1 + \frac{\sigma_f^3}{(n+1)B\dot{\sigma}_a} \quad (8.3.5)$$

Equating the left sides leaves

$$t_f = \frac{\sigma_f^3}{\sigma_a^2(n+1)\dot{\sigma}_a} \quad (8.3.6)$$

Equation (8.3.2) was applied to dynamic and fatigue results taken at several laboratories on the same fibre measured in various deployment geometries in reference [6]. When the non-linear corrections of equation (7.4.1) and the area corrections of 10.2 were incorporated, the static and dynamic  $n$ -values in a static fatigue type plot fell on the same line. But the slope of the line varied to give  $n$ -values ranging from 17 at high stress/short time to 40 at low stress/long time.

### 8.3.3 Dynamic and inert strengths

From equations (8.2.1) and (8.2.2), the ratio of inert strength to failure stress (or "dynamic strength") is

$$\frac{S}{\sigma_f} = \left[ 1 + \frac{\sigma_f^3}{(n+1)B\dot{\sigma}_a} \right]^{\frac{1}{n-2}} = \left[ 1 + \frac{\sigma_f^2 t_d}{(n+1)B} \right]^{\frac{1}{n-2}} \quad (8.3.7)$$

which approaches unity as the stress rate (or  $B$ -value) increases. This explains why high stress rates are sometimes used to experimentally estimate inert strength.

### 8.3.4 Plot non-linearities

In static fatigue the failure time decreases as the constant applied stress increases, according to equation (8.1.1). The applied stress approaches the "inert" strength as the failure time vanishes. For the plot of  $\ln t_f$  versus  $\ln \sigma_a$  according to equation (8.1.4), the more exact equation (8.1.1) leads to a

$$\text{static fatigue logarithmic slope} = - \frac{n_s - 2 \left( \frac{\sigma_a}{S} \right)^{n_s-2}}{1 - \left( \frac{\sigma_a}{S} \right)^{n_s-2}} \quad (8.3.8)$$

As the applied stress increases, the plot of figure 9 will curve downwards such that the absolute value of the slope increases from  $n_s$  to higher values, so that the apparent  $n_s$  is larger.

In dynamic fatigue the failure stress or dynamic strength increases with stress rate, according to equation (8.2.2). For example, if  $n_d = 15$  and 30, increasing the stress rate by a factor of 1 000 (which is often done in dynamic fatigue testing) increases the dynamic strength by 54 % and 25 %, respectively. Moreover, the proportionality factors relating the two strengths upon the environment (through  $B$  and  $n$ ). These factors impact the manner in which vendors or users can specify "strength".



Ces facteurs ont une influence sur la façon dont les vendeurs ou les utilisateurs peuvent spécifier la «résistance».

Pour la courbe de  $\ln \sigma_f$  en fonction de  $\ln \dot{\sigma}_a$  selon l'équation (8.2.5), l'équation plus exacte (8.2.2) mène à une

$$\text{pente logarithmique de fatigue dynamique} = \frac{1}{(n_d + 1) \left[ 1 + \frac{(n_d - 2)B_d \dot{\sigma}_a}{\sigma_f^3} \right]} \quad (8.3.9)$$

Au fur et à mesure que le taux de contrainte augmente, la courbe de la figure 11 va s'aplanir quelque peu, de façon que la valeur de la pente baisse de  $(n_d + 1)^{-1}$  vers des valeurs inférieures et que la valeur apparente de  $n_d$  soit supérieure.

Etant donné que  $n$  augmente dans les essais de plus longue durée, comme cela est dit dans le dernier alinéa de 8.3.2, on observe une augmentation de l'inclinaison de la courbe de fatigue statique lorsque les contraintes sont très basses, et une diminution de l'inclinaison de la courbe de fatigue dynamique lorsque les taux de contraintes sont très bas. Dans ces cas, les valeurs  $n$  statiques et dynamiques convergent.

### 8.3.5 Environnements

Le rapport de dépendance qui existe entre les paramètres des fissures et l'environnement est en cours d'investigation. Une compréhension des effets de la température, de l'humidité et d'autres facteurs environnementaux sur la croissance de fissure permettrait une «cartographie» d'un environnement à un autre. Elle permettrait également d'utiliser le «vieillissement accéléré» de courte durée dans des environnements hostiles pour prévoir la fiabilité des fibres sur de longues périodes de service dans des environnements moins agressifs.

Dans un environnement véritablement inerte, le taux de défaillance est indépendant du taux de contrainte. Cela revient à rendre  $n$  ou  $B$  égal à l'infini dans les équations (8.2.3) à (8.2.5).

## 9 Essai de sélection

Cet article présente la façon dont les essais de sélection permettent de réduire la «mortalité infantile» et de déterminer des caractéristiques de fiabilité importantes.

NOTE Cet article mentionne la valeur  $B$ , et cela est fait dans le but de présenter la théorie de façon complète. Il n'existe pas encore de méthode consensuelle permettant de mesurer  $B$ , et l'article 12 développe les résultats théoriques qui s'appliquent dans le cas spécial où  $B$  peut être ne pas être pris en considération.

### 9.1 Le cycle d'essai de sélection

Les essais de sélection requièrent qu'une contrainte de sélection nominalement constante  $\sigma_p$  soit appliquée à la longueur totale de la fibre. Au contraire des essais de fatigue, ces essais ne sont pas menés nécessairement jusqu'à la défaillance, même si, comme cela est indiqué en 10.5, un taux de défaillance  $N_p$  (défaillances par unité de longueur) est attendu statistiquement. Ces essais sont conduits durant la fabrication de la fibre, soit en ligne au cours de la procédure de fibrage et de revêtement, soit en dehors, au cours de la procédure d'essai.

L'historique des contraintes de l'essai de sélection, illustré de façon schématique dans la figure 12, comprend:

- l'application d'une contrainte en partant de presque zéro jusqu'à la contrainte de sélection, durant un temps d'application  $t_i$ ;

For the plot of  $\ln \sigma_f$  versus  $\ln \dot{\sigma}_a$  according to equation (8.2.5), the more exact equation (8.2.2) leads to a

$$\text{dynamic fatigue logarithmic slope} = \frac{1}{(n_d + 1) \left[ 1 + \frac{(n_d - 2)B_d \dot{\sigma}_a}{\sigma_f^3} \right]} \quad (8.3.9)$$

As the applied stress rate increases, the plot of figure 11 will somewhat flatten such that the value of the slope decreases from  $(n_d + 1)^{-1}$  to smaller values, so that the apparent  $n_d$  is larger.

Because  $n$  increases with longer duration tests, as discussed in the last paragraph of 8.3.2, increased steepness of the static fatigue curve at very low stresses and decreased steepness of the dynamic fatigue curve at very low stress rates are observed. In these cases, the static and dynamic  $n$ -values converge.

### 8.3.5 Environments

The dependence of crack parameters on environment is under continuing investigation. An understanding of the effects of temperature, humidity, and other environments on crack growth would permit the "mapping" from one environment to another. It would also permit the use of shorter-term "accelerated ageing" in harsh environments to predict reliability for longer-term service in more benign environments.

In a truly inert environment the failure stress is independent of the stress rate. This is equivalent to putting either  $n$  or  $B$  equal to infinity in equations (8.2.3) to (8.2.5).

## 9 Prooftesting

This clause shows how prooftesting reduces "infant mortalities" and determines important reliability features.

NOTE This clause references the  $B$ -value, and this is done for theoretical completeness only. There are as yet no agreed methods for measuring  $B$ , and clause 9 develops theoretical results for the special case in which  $B$  can be neglected.

### 9.1 The prooftest cycle

Prooftesting requires that a nominally constant prooftest stress  $\sigma_p$  be applied sequentially along the full length of the fibre. Unlike fatigue testing, it is not performed necessarily to failure, although, as discussed in 10.5, a breakrate (failures per unit length)  $N_p$  is statistically expected. This is done during fibre manufacturing, on-line as part of the fibre drawing and coating process, or off-line as part of the testing process.

The stress history of prooftest stressing, shown schematically in figure 12, is:

- stress loading from near-zero to the prooftest stress, during a loadtime  $t_l$ ,

- l'application d'une contrainte de sélection constante  $\sigma_p$  durant un temps de maintien  $t_d$  (symbole à ne pas confondre avec le temps de défaillance sous fatigue dynamique défini en 10.2);
- la mise hors contrainte en partant de la contrainte de sélection jusqu'à pratiquement zéro, durant un temps de la mise hors contrainte  $t_u$ .

Considérer une fibre soumise à un essai de sélection à une vitesse de fibre  $s$ . Le temps d'application/de la mise hors contrainte sur un quart de tour d'une roue d'un diamètre  $D$  est

$$t_{l,u} = \frac{\pi D}{4s}.$$

La longueur de maintien de la fibre est  $st_d$ .

Comme dans la figure 12 et les références [7] à [10], on suppose que les procédures d'application et de la mise hors contrainte sont essentiellement linéaires. Les portions relatives à l'application et à la mise hors contrainte sont similaires à une fatigue dynamique, et le temps de maintien est assez similaire à une fatigue statique. La différence est que la contrainte appliquée maximale (la contrainte de sélection) est limitée et qu'une défaillance ne se produit pas nécessairement. Etant donné que ce sujet est particulièrement complexe, des équivalents des équations de référence sont donnés dans le développement ci-dessous (avec des approches et des notations souvent différentes).

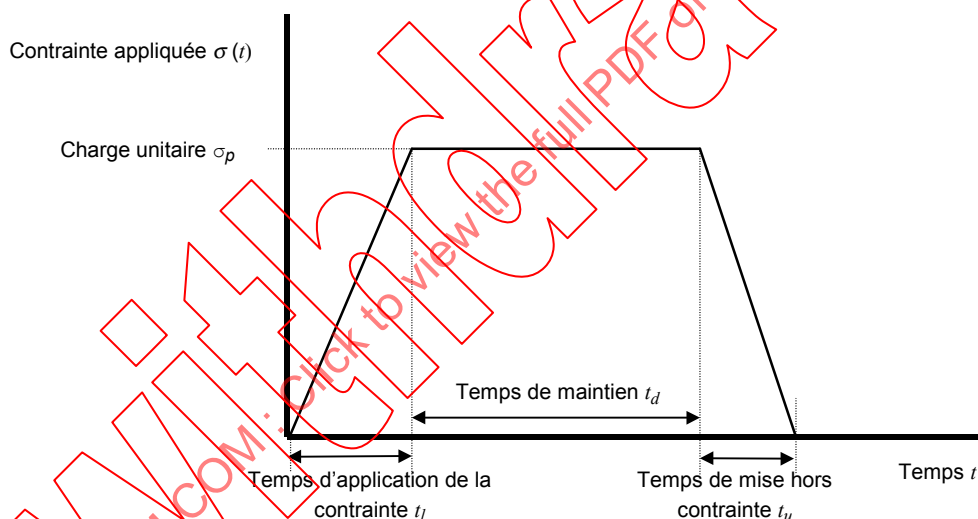


Figure 12 – Essai de sélection: Contrainte appliquée en fonction du temps

## 9.2 Fragilisation des fissures au cours des essais de sélection.

Les équations (7.1.8a) et (7.1.8b) relatives à la fragilisation, montrent que pour une fissure qui ne se rompt pas, sa résistance «passive» initiale  $S$  avant essai de sélection diminue jusqu'à une résistance «passive»  $S_p$  après essai de sélection, où

$$S_p^{n-2} = S^{n-2} - \frac{\sigma_p^n t_p}{B} \quad (9.2.1)$$

Ici, le temps de sélection effectif est donné par

$$t_p = t_d + \frac{t_l + t_u}{n+1} \quad (9.2.2)$$

- constant proofstress  $\sigma_p$  during a dwelltime  $t_d$  (symbol not to be confused with the dynamic fatigue failure time defined in 10.2.),
- stress unloading from the proofstress back down to near-zero, during an unloadtime  $t_u$ .

Consider a fibre prooftested at a fibre speed  $s$ . The loading/unloading time across a quarter turn of a wheel of diameter  $D$  is then  $t_{l,u} = \frac{\pi D}{4s}$ . The fibre dwell-length is  $st_d$ .

As shown in figure 12 and references [7] to [10], it is assumed that the load and unload processes are essentially linear. The load and unload portions are similar to dynamic fatigue, and the dwell is somewhat similar to static fatigue. The differences are that the maximum applied stress (the proofstress) is limited and that breakage does not necessarily occur. Since this topic is particularly complex, equivalence to equations in the references (often with varying approaches and notations) are given in the development below.

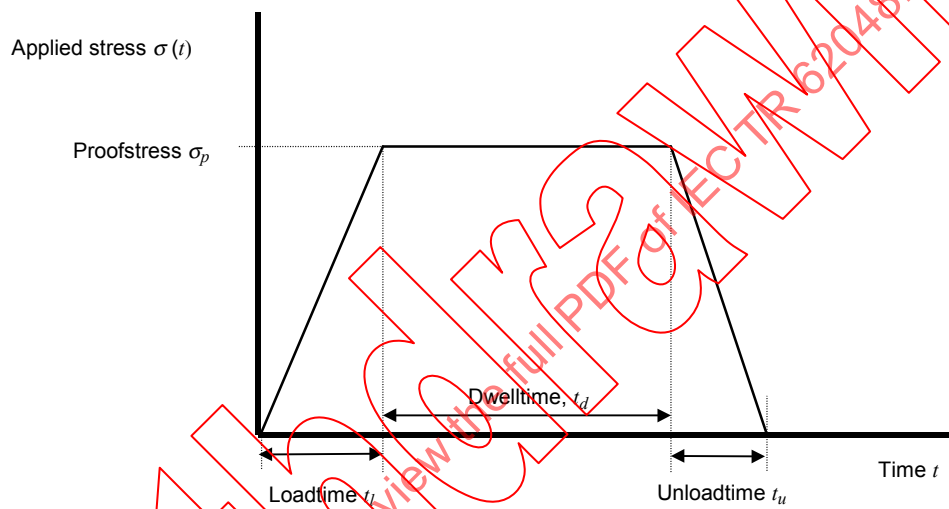


Figure 12– Prooftesting: applied stress versus time

## 9.2 Crack weakening during prooftesting

Equations (7.1.8a) and (7.1.8b) for weakening show that for a crack that does not break, its initial "inert" strength  $S$  before prooftesting has reduced to an "inert" strength  $S_p$  after prooftesting, where

$$S_p^{n-2} = S^{n-2} - \frac{\sigma_p^n t_p}{B} \quad (9.2.1)$$

Here the effective prooftime is given by

$$t_p = t_d + \frac{t_l + t_u}{n + 1} \quad (9.2.2)$$

(Ceci est équivalent à l'équation (7) de la référence [7].) Dans cette équation, le temps d'application de la charge  $t_l$  et le temps de la mise hors contrainte  $t_u$  dans la fraction contribuent peu au temps de sélection effectif. Par exemple, si  $n \geq 20$ , et si ni le temps d'application ni celui de la mise hors contrainte n'excèdent 10 % du temps de maintien, la fraction de l'équation (9.2.2) constitue moins de 1 % du temps de sélection effectif. Ceci montre que le temps de maintien  $t_d$  devrait être maintenu bas pour minimiser la fatigue des fissures qui ont survécu.

Une fissure qui a une résistance initiale (avant essai de sélection) ne dépassant pas la contrainte de sélection, va s'affaiblir et se rompre au cours de l'application de la contrainte. Une fissure plus résistante va s'affaiblir et va se rompre au cours du temps de maintien si sa résistance se dégrade jusqu'à atteindre la contrainte de sélection. Si elle survit au temps de maintien, sa résistance  $S_u(0)$  juste avant la mise hors contrainte est au moins égale à la contrainte de sélection; néanmoins une fragilisation ultérieure se produit au cours de la mise hors contrainte. Durant un temps  $t$  au cours de la mise hors contrainte, la contrainte appliquée est

$$\sigma_u(t) = \sigma_p \left( 1 - \frac{t}{t_u} \right) = \sigma_p - \dot{\sigma}_u t \quad (9.2.3)$$

où le taux de la mise hors contrainte (positif) est

$$\dot{\sigma}_u = \frac{\sigma_p}{t_u} \quad (9.2.4)$$

En utilisant les équations (9.2.3) et (9.2.4) dans l'équation (7.1.8a et 7.1.8b), on obtient la résistance de fissure décroissant de façon monotone au cours de la mise hors contrainte comme suit

$$S_u^{n-2}(t) = S_u^{n-2}(0) - \frac{\sigma_p^n t_u}{(n+1)B} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{t}{t_u} \right)^{n+1} \right] \quad (9.2.5)$$

(Ceci est équivalent à l'équation (7) de la référence [8].)

### 9.3 Résistance minimale après essai de sélection

Pour la fissure la plus faible qui survit de justesse à l'essai de sélection, la résistance finale minimale obtenue à partir de l'équation (9.2.1) est égale à la résistance minimale après mise hors contrainte obtenue à partir de l'équation (9.2.5), d'où

$$S_{pmin} = S_{umin}(t_u) \quad (9.3.1)$$

Il y a deux situations à partir desquelles cette résistance peut être déterminée, selon que la procédure de la mise hors contrainte est soit «rapide» soit «lente». Ceci est en rapport avec la quantité sans dimension

$$\alpha = \frac{\sigma_p^2 t_u}{(n-2)B} = \frac{\sigma_p^3}{(n-2)B\sigma_u} \quad (9.3.2)$$

qui contient explicitement les paramètres de la fibre et de la mise hors contrainte dans l'essai de sélection. Comme indiqué ci-dessous, le fait que cette quantité soit plus grande ou plus petite que l'unité est importante.

(This is equivalent to equation (7) of reference [7].) In this equation, the loadtime  $t_l$  and unloadtime  $t_u$  in the fraction contribute little to the effective proof time. As an example, if  $n \geq 20$ , and neither the loadtime nor unloadtime exceed 10 % of the dwelltime, the fraction in equation (9.2.2) constitutes less than 1 % of the effective proof time. This shows that the dwelltime  $t_d$  should be kept small so as to minimize the fatigue of the surviving cracks.

A crack that has an initial strength (before proof testing) not exceeding the proof test stress will weaken and break during loading. A stronger crack will weaken and will break during the dwell if its strength degrades to the proof test stress. If it survives the dwell, it has a strength  $S_u(0)$  just before unloading at least equal to the proof test stress; however, further weakening occurs during unloading. During a time  $t$  into the unloading, the applied stress is

$$\sigma_u(t) = \sigma_p \left(1 - \frac{t}{t_u}\right) = \sigma_p - \dot{\sigma}_u t \quad (9.2.3)$$

where the (positive) unloading rate is

$$\dot{\sigma}_u = \frac{\sigma_p}{t_u} \quad (9.2.4)$$

Using equations (9.2.3) and (9.2.4) in equations (7.1.8a) and (7.1.8b), the monotonically decreasing crack strength during unloading is obtained as

$$S_u^{n-2}(t) = S_u^{n-2}(0) - \frac{\sigma_p^n t_u}{(n+1)B} \left[1 - \left(1 - \frac{t}{t_u}\right)^{n+1}\right] \quad (9.2.5)$$

(This is equivalent to equation (7) of reference [8].)

### 9.3 Minimum strength after proof testing

For the weakest crack just surviving the proof test, the minimum final strength from equation (9.2.1) equals the minimum strength after unloading from equation (9.2.5), so that

$$S_{pmin} = S_{umin}(t_u) \quad (9.3.1)$$

There are two situations by which this strength is determined, depending upon whether the unloading process is "fast" or "slow". This relates to the dimensionless quantity

$$\alpha = \frac{\sigma_p^2 t_u}{(n-2)B} = \frac{\sigma_p^3}{(n-2)B \sigma_u} \quad (9.3.2)$$

explicitly containing fibre and proof test unloading parameters. As shown below, it is important whether this quantity is larger or smaller than unity.

### 9.3.1 Retrait rapide de la charge

Ici la fissure la plus faible juste avant la mise hors contrainte a une résistance égale à la contrainte de sélection, c'est-à-dire

$$S_{u\min}(0) = \sigma_p \quad (9.3.3)$$

Au cours de la mise hors contrainte, la résistance décroissante de l'équation (9.2.5) est supérieure à la contrainte rapidement décroissante au cours de la mise hors contrainte, donnée par l'équation (9.2.3), si bien qu'une défaillance ne se produit pas. Le taux de diminution autant pour la résistance que pour la contrainte appliquée juste avant la mise hors contrainte doit satisfaire à

$$\left| \frac{dS_u(t)}{dt} \right|_{t=0} \leq \dot{\sigma}_u \quad (9.3.4)$$

Le fait d'appliquer l'équation (9.3.4) à l'équation (9.2.5) et d'utiliser l'équation (9.3.2) implique que  $\alpha \leq 1$ . Ensuite, les équations (9.2.5) et (9.3.3) donnent la résistance minimale de la fissure après essai de sélection

$$S_{p\min} = \sigma_p \left[ 1 - \frac{\sigma_p^2 t_u}{(n+1)B} \right]^{\frac{1}{n-2}} = \sigma_p \left( \left( 1 - \frac{n-2}{n+1} \alpha \right)^{\frac{1}{n-2}} \right) \quad (9.3.5)$$

pour  $\alpha \leq 1$  ou  $t_u \leq (n-2) \frac{B}{\sigma_p^2}$

(Ceci est équivalent à l'équation (9) de la référence [8].) Pour un retrait rapide de la charge,  $B \geq B_0$ .

### 9.3.2 Retrait lent de la charge

Ici la fissure la plus faible juste avant la mise hors contrainte a une résistance supérieure à la contrainte de sélection, c'est-à-dire

$$S_{u\min}(0) \geq \sigma_p \quad (9.3.6)$$

Pour une défaillance se produisant à un moment  $\hat{t}$  au cours de la mise hors contrainte, la résistance décroissante donnée par l'équation (9.2.5) est égale à la résistance décroissante au cours de la mise hors contrainte, donnée par l'équation (9.2.3), c'est-à-dire

$$S_{u\min}(\hat{t}) = \sigma_u(\hat{t}) = \sigma_{\min} \leq \sigma_p \quad (9.3.7)$$

où  $\sigma_{\min}$  est une valeur minimale de la contrainte de défaillance. En intégrant les équations (9.3.1) et (9.3.7) dans l'équation (9.2.5) on obtient la résistance minimale de la fissure après essai de sélection

$$S_{p\min} = \sigma_{\min} \left[ 1 - \frac{\sigma_{\min}^2 t_u}{(n+1)B} \right]^{\frac{1}{n-2}} \quad (9.3.8)$$

### 9.3.1 Fast unloading

Here the weakest crack just before unloading has its strength equal to the proofstress, that is,

$$S_{u\min}(0) = \sigma_p \quad (9.3.3)$$

During unloading, the decreasing strength from equation (9.2.5) is larger than the rapidly decreasing unload stress of equation (9.2.3) so that fracture does not occur. The rates of decrease for both strength and applied stress just before unloading must satisfy

$$\left| \frac{dS_u(t)}{dt} \right|_{t=0} \leq \dot{\sigma}_u \quad (9.3.4)$$

Applying equation (9.3.4) to equation (9.2.5) and using equation (9.3.2) implies that  $\alpha \leq 1$ . Then equations (9.2.5) and (9.3.3) give the minimum crack strength after prooftesting

$$S_{p\min} = \sigma_p \left[ 1 - \frac{\sigma_p^2 t_u}{(n+1)B} \right]^{\frac{1}{n-2}} = \sigma_p \left( 1 - \frac{n-2}{n+1} \alpha \right)^{\frac{1}{n-2}} \quad (9.3.5)$$

for  $\alpha \leq 1$  or  $t_u \leq (n-2) \frac{B}{\sigma_p^2}$

(This is equivalent to equation (9) of reference [8].) For fast unloading,  $B \geq B_0$ .

### 9.3.2 Slow unloading

Here the weakest crack just before unloading has its strength exceeding the proofstress, that is,

$$S_{u\min}(0) \geq \sigma_p \quad (9.3.6)$$

For failure at some time  $\hat{t}$  during unloading, the decreasing strength of equation (9.2.5) equals the decreasing unloading strength of equation (9.2.3), that is,

$$S_{u\min}(\hat{t}) = \sigma_u(\hat{t}) = \sigma_{\min} \leq \sigma_p \quad (9.3.7)$$

where  $\sigma_{\min}$  is a minimum value of the failure stress. Then putting equations (9.3.1) and (9.3.7) into equation (9.2.5) gives the minimum crack strength after prooftesting

$$S_{p\min} = \sigma_{\min} \left[ 1 - \frac{\sigma_{\min}^2 t_u}{(n+1)B} \right]^{\frac{1}{n-2}} \quad (9.3.8)$$



(Ceci est équivalent à l'équation (9) de la référence [7].) La contrainte de défaillance minimale inconnue  $\sigma_{\min}$  peut être déterminée en notant qu'au temps de survie critique  $\hat{t}$  les courbes de résistance et de contrainte sont égales mais ne se coupent pas. Elles sont tangentes, de telle sorte qu'à ce point

$$\left| \frac{dS_u(t)}{dt} \right|_{t=\hat{t}} = \dot{\sigma}_u \quad (9.3.9)$$

Les équations (9.3.9), (9.2.5) et (9.3.2) donnent

$$\sigma_{\min}^3 = (n-2)B\dot{\sigma}_u = \frac{\sigma_p^3}{\alpha} \quad (9.3.10)$$

Ceci et l'équation (9.3.7) impliquent que  $\alpha \geq 1$ , et l'équation (9.3.8) donne

$$S_{p\min} = \left( \frac{3}{n+1} \right)^{\frac{1}{n-2}} [(n-2)B\dot{\sigma}_u]^{\frac{1}{3}} = \sigma_p \left( \frac{3}{n+1} \right)^{\frac{1}{n-2}} \alpha^{\frac{1}{3}} \quad (9.3.11)$$

$$\text{pour } \alpha \geq 1 \text{ ou } t_u \geq (n-2) \frac{B}{\sigma_p^2}$$

(Ceci est l'équivalent des équations (10) et (11) de la référence [7], et de l'équation (10) de la référence [8].) Pour un retrait lent de la charge,  $B \leq B_0$ .

Noter qu'ici le taux de la mise hors contrainte est le seul paramètre d'essai de sélection (non relatif à la fissure) qui détermine la résistance de survie minimale (maintenant indépendante de l'essai de sélection proprement dit). Les équations (9.3.5) et (9.3.11) montrent toutes deux l'importance du fait de réduire le temps de la mise hors contrainte  $t_u$  comme cela est indiqué dans la CEI 60793-1-3.

### 9.3.3 Condition aux limites

Aux limites entre les conditions de retrait rapide et de retrait lent de la charge,  $\alpha = 1$ . Ensuite, l'équation (9.3.2) donne la valeur  $B$  transitionnelle

$$B_0 = \frac{\sigma_p^2 t_u}{n-2} \quad (9.3.12)$$

qui peut également être résolue pour le temps de la mise hors contrainte. Selon les équations (9.3.5) et (9.3.11), la résistance de survie minimale aux limites est

$$S_{p\min} = \sigma_p \left( \frac{3}{n+1} \right)^{\frac{1}{n-2}} \quad (9.3.13)$$

(This is equivalent to equation (9) of reference [7].) The unknown minimum failure stress  $\sigma_{\min}$  can be determined by noting that at the critical survival time  $\hat{t}$  the strength and stress curves are equal but do not quite intersect. They are tangential, so that at that point

$$\left| \frac{dS_u(t)}{dt} \right|_{t=\hat{t}} = \dot{\sigma}_u \quad (9.3.9)$$

Equations (9.3.9), (9.2.5) and (9.3.2) leave

$$\sigma_{\min}^3 = (n-2)B\dot{\sigma}_u = \frac{\sigma_p^3}{\alpha} \quad (9.3.10)$$

This and equation (9.3.7) imply that  $\alpha \geq 1$ , and equation (9.3.8) gives

$$S_{p\min} = \left( \frac{3}{n+1} \right)^{\frac{1}{n-2}} [(n-2)B\dot{\sigma}_u]^{\frac{1}{3}} = \sigma_p \left( \frac{3}{n+1} \right)^{\frac{1}{n-2}} \alpha^{\frac{1}{3}} \quad (9.3.11)$$

$$\text{for } \alpha \geq 1 \text{ or } t_u \geq (n-2) \frac{B}{\sigma_p^2}$$

(These are equivalent to equations (10) and (11) of reference [7], and to equation (10) of reference [8].) For slow unloading,  $B \leq B_0$ .

Note that here the unloading rate is the only proof-test (non-crack) parameter determining the minimum surviving strength (which is now independent of the proof-test stress itself). Equations (9.3.5) and (9.3.11) both show the importance of minimizing the unloadtime  $t_u$  as stated in IEC 60793-1-3.

### 9.3.3 Boundary condition

At the boundary between the fast-unload and slow-unload conditions,  $\alpha=1$ . Then equation (9.3.2) gives the transitional  $B$ -value.

$$B_0 = \frac{\sigma_p^2 t_u}{n-2} \quad (9.3.12)$$

which can also be solved for the unloadtime. From equations (9.3.5) and (9.3.11), the minimum surviving strength at the boundary is

$$S_{p\min} = \sigma_p \left( \frac{3}{n+1} \right)^{\frac{1}{n-2}} \quad (9.3.13)$$

## 9.4 Variations de la contrainte de sélection

Lorsque la contrainte de sélection est augmentée (des considérations similaires s'appliquent lorsqu'elle est diminuée) cela a pour effet d'augmenter la résistance de survie minimale obtenue à partir des équations (9.3.5) et (9.3.11). Cela a également pour effet d'augmenter le taux de défaillance de la fibre (ou de diminuer la longueur de survie) comme cela sera montré plus tard à l'article 10. Ces observations ont été utilisées dans les références [11] et [12] pour évaluer la distribution des faibles résistances sur de grandes longueurs de fibre, et elles sont détaillées en 5.3.1.

## 10 Probabilité de Weibull

Jusqu'à présent, des fissures individuelles avec des valeurs déterminées de paramètres particuliers ont été examinées. Maintenant on suppose que, pour un type particulier de fissure, la plupart des paramètres sont constants, mais que les valeurs de résistance sont distribuées de façon statistique.

### 10.1 Statistiques de résistance sous tension uniforme

#### 10.1.1 Distribution de probabilité unimodale

On suppose que l'on a une fibre de géométrie circulaire qui est uniforme sur toute sa longueur. Lorsqu'une tension longitudinale simple est appliquée à la fibre, il y a deux degrés d'uniformité de contrainte à la fois le long de la fibre et dans sa section transversale. (Le volume de la fibre ou sa surface peuvent également être utilisés en tant que dimension principale.)  $N(S)$  représente le nombre cumulé de défauts par unité de longueur ayant une résistance «passive» inférieure ou égale à  $S$ . Si une longueur de fibre  $L$  est soumise à une contrainte, on appelle  $P(S,L)$  la probabilité de survie cumulée jusqu'à la résistance  $S$ . (Une dérivation parallèle peut être effectuée en se basant sur la taille de défaut  $a$ .) Dans ce modèle du «lien le plus faible», la probabilité incrémentale que la fibre se rompe dans l'intervalle de résistance  $S$  à  $S + dS$  est

$$[1 - P(S + dS, L)] - [1 - P(S, L)] \quad (10.1.1)$$

Ceci rend la probabilité de survie égale à la résistance à la défaillance multipliée par une quantité proportionnelle au nombre de défauts dans cet intervalle de résistance:

$$P(S, L) h L [N(S + dS) - N(S)] \quad (10.1.2)$$

où  $h$  est une constante de proportionnalité. L'égalisation de (10.1.1) et (10.1.2), intégrant, et utilisant les conditions aux limites d'absence de défaut à résistance zéro, mène à la distribution de survie de Weibull

$$P(S, L) = e^{-hLN(S)} \quad (10.1.3)$$

(On rencontre habituellement dans la littérature la notion de probabilité de défaillance cumulée  $F = 1 - P$ . Nous utilisons  $P$  pour simplifier cette notation.) On trouve (ou on suppose) souvent que

$$N(S) \propto S^m \quad (10.1.4)$$

où  $m$  est le paramètre de Weibull pour un environnement inerte.

## 9.4 Varying the proof test stress

One effect of increasing (similar considerations apply for decreasing) the proof test stress is to increase the minimum surviving strength according to equations (9.3.5) and (9.3.11). Another is to increase the fibre break rate (or decrease the survival length) as will be shown later in clause 10. This has been used in references [11] and [12] to probe the low-strength distribution over long fibre lengths, and is detailed in 5.3.1.

## 10 Weibull probability

So far, single cracks with deterministic values of particular parameters have been considered. Now it is assumed that for a particular type of crack most parameters are constant but that strengths are statistically distributed in value.

### 10.1 Strength statistics in uniform tension

#### 10.1.1 Unimodal probability distribution

We assume a fibre of circular geometry that is uniform along its length. When simple longitudinal tension is applied to it, there are two degrees of stress uniformity both along the fibre length and in the fibre cross-part. (Fibre volume or surface area may instead be used as the prime dimension.) Call  $N(S)$  the cumulative number of flaws per unit length having an "inert" strength equal to, or less than,  $S$ . If a fibre length  $L$  is put under stress, call  $P(S,L)$  the cumulative survival probability up to the strength  $S$ . (A parallel derivation can be made in terms of the flaw size  $a$ .) In this "weakest link" model, the incremental probability that the fibre fails in the strength interval  $S$  to  $S + dS$  is

$$[1 - P(S + dS, L)] - [1 - P(S, L)] \quad (10.1.1)$$

This equals the probability of survival to the failure strength times a quantity proportional to the number of flaws in that strength interval:

$$P(S, L) h L [N(S + dS) - N(S)] \quad (10.1.2)$$

where  $h$  is a proportionality constant. Equating equations (10.1.1) and (10.1.2), integrating, and using the boundary condition of no flaws of zero strength, leads to the Weibull survival distribution

$$P(S, L) = e^{-hLN(S)} \quad (10.1.3)$$

(Usually, the literature speaks in terms of the cumulative failure probability  $F = 1 - P$ . We use  $P$  to simplify the notation.) Often it is found (or assumed) that

$$N(S) \propto S^m \quad (10.1.4)$$

where  $m$  is the Weibull parameter for the inert environment.

L'utilisation des équations (10.1.3) et (10.1.4) donne la probabilité de survie cumulée, comme dans la référence [13]:

$$P(S, L) = \exp \left[ - \left( \frac{S}{S_0} \right)^m \frac{L}{L_0} \right] \quad (10.1.5)$$

Les conditions aux limites sont telles que la survie est certaine au niveau zéro de résistance ou de longueur, et que la défaillance est certaine pour une résistance ou une longueur à l'infini. Ici  $S_0$  représente le paramètre de Weibull de résistance mesuré sur une longueur «en essai»  $L_0$ , correspondant à une probabilité de survie de  $e^{-1}$  ou 36,8 %. La valeur  $m$  «inerte» est liée à la variance ou «largeur» de la distribution en fonction de la résistance, et détermine la variation de la résistance en fonction de la longueur de la fibre. De plus,

$$\ln \ln \frac{1}{P(S, L)} = m \ln \frac{S}{S_0} + \ln \frac{L}{L_0} \quad (10.1.6)$$

si bien que pour une longueur fixe, un diagramme de probabilité de défaillance cumulée graduée en fonction de la résistance passive donne une ligne droite de pente  $m$ . Le fait d'augmenter la longueur augmentera l'intersection de la probabilité. (Les essais de sélection ont pour effet de déformer la distribution comme cela est détaillé en 10.5.)

La fonction de distribution de la probabilité, un «histogramme» continu de la population de survie, est

$$p(S, L) = - \frac{\partial P}{\partial S} = \frac{m}{S_0} \frac{L}{L_0} \left( \frac{S}{S_0} \right)^{m-1} P(S, L) \quad (10.1.7)$$

Ceci est relié avec le nombre de défauts par unité de longueur ayant une résistance «passive»  $S$  donné par

$$\frac{\partial N}{\partial S} = \frac{p(S, L)}{LP(S, L)} = \frac{m}{S_0 L_0} \left( \frac{S}{S_0} \right)^{m-1} \quad (10.1.8)$$

Ici les équations (10.1.3) à (10.1.5) et l'équation (10.1.7) ont été utilisées.

Pour une probabilité de survie donnée, la résistance peut être prédite pour une autre longueur en se basant sur les valeurs de longueur en essai:

$$S(l, P) = S_0 \left( L_0, e^{-1} \right) \left( \frac{L_0}{L} \ln \frac{1}{P} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (10.1.9)$$

De même, pour une résistance donnée, les probabilités de survie correspondant aux deux longueurs sont reliées par

$$L_0 \ln P(S, L) = L \ln P(S, L_0) \quad (10.1.10)$$

L'extrapolation à de plus grandes longueurs de fibre en se servant des équations présentées ci-dessus est incertaine, étant donné que des défauts plus faibles d'un «type différent» peuvent apparaître pour ces fibres. Elles auront un ensemble différent de valeurs pour les paramètres de Weibull comme cela est montré ci-dessous pour la distribution bimodale.

Using equations (10.1.3) and (10.1.4) leaves the cumulative survival probability, as in reference [13]:

$$P(S, L) = \exp \left[ - \left( \frac{S}{S_0} \right)^m \frac{L}{L_0} \right] \quad (10.1.5)$$

The boundary conditions are such that survival is certain at zero strength or length, and failure is certain at infinite strength or length. Here  $S_0$  is the Weibull strength parameter measured at a "gauge" length  $L_0$ , corresponding to a survival probability of  $e^{-1}$  or 36,8 %. The "inert"  $m$ -value is related to the variance or 'width' of the distribution with respect to strength, and determines the variation of strength with fibre length. Furthermore,

$$\ln \ln \frac{1}{P(S, L)} = m \ln \frac{S}{S_0} + \ln \frac{L}{L_0} \quad (10.1.6)$$

so that for a fixed length a scaled cumulative failure probability plot versus inert strength leaves a straight line of slope  $m$ . Increasing the length will increase the probability intercept. (Proof testing will distort the distribution as discussed in 10.5.)

The probability distribution function, a continuous "histogram" of the survival population, is

$$p(S, L) = - \frac{\partial P}{\partial S} = \frac{m}{S_0} \frac{L}{L_0} \left( \frac{S}{S_0} \right)^{m-1} P(S, L) \quad (10.1.7)$$

This is related to the number of flaws per unit length having an "inert" strength  $S$  given by

$$\frac{\partial N}{\partial S} = \frac{p(S, L)}{LP(S, L)} = \frac{m}{S_0 L_0} \left( \frac{S}{S_0} \right)^{m-1} \quad (10.1.8)$$

Here equations (10.1.3) to (10.1.5) and equation (10.1.7) have been used.

For a given survival probability the strength can be predicted for another length in terms of the gauge values:

$$S(l, P) = S_0 \left( L_0, e^{-1} \right) \left( \frac{L_0}{L} \ln \frac{1}{P} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (10.1.9)$$

Similarly, for a given strength the survival probabilities of both lengths are related by

$$L_0 \ln P(S, L) = L \ln P(S, L_0) \quad (10.1.10)$$

Extrapolation to longer fibre lengths in the above equations is uncertain since weaker flaws of a "different type" may appear. They will have a different set of values for the Weibull parameters as per the bimodal distribution below.

### 10.1.2 Distribution de probabilité bimodale

Si deux types de défauts sont présents, il existe deux façons principales de les décrire statistiquement comme dans la référence [14]. Dans le cas de distributions de défauts simultanées les deux types de défauts sont présents dans toutes les éprouvettes. Cela se produit lorsque les éprouvettes proviennent d'un même fabricant. Ici, la distribution de probabilité de survie est le produit des distributions de probabilités de survie qui correspondent à chaque type de défaut. Lorsque les distributions de défauts sont exclusives, une éprouvette donnée peut ne présenter qu'un seul type de défaut. Cela se produit lorsque les éprouvettes proviennent de deux fabricants différents. Dans ce cas, la distribution de probabilité de survie est la somme des distributions de probabilités de survie individuelles qui correspondent à chaque type de défaut. Des distributions partiellement simultanées peuvent également être modélisées.

Les défauts des fibres sont le plus souvent du type simultané, si bien que la proposition de Weibull de l'équation (10.1.5) devient

$$P(S, L) = \exp \left[ - \left( \frac{S}{S_{01}} \right)^{m_1} \frac{L}{L_{01}} - \left( \frac{S}{S_{02}} \right)^{m_2} \frac{L}{L_{02}} \right] \quad (10.1.11)$$

Ici  $(m_1, S_{01})$  et  $(m_2, S_{02})$  caractérisent chaque défaut tandis que les longueurs en essai  $L_{01}, L_{02}$  fournissent un facteur de pondération pour les deux types de défaut. Ce type de distribution peut décrire le «coude» trouvé lorsque les données mesurées sont converties en une courbe. La distribution plus inclinée des défaillances correspondant aux plus fortes résistances peut être attribuée aux liaisons de silice, et délimite la région des défauts «intrinsèques». La distribution du bas de la pente qui regroupe les défauts «extrinsèques» correspondant aux faibles résistances est introduite au cours de la procédure de fabrication. Généralement, les essais de sélection affecteront uniquement ce segment de la distribution de la population.

Les courbes qui présentent une courbure négative peuvent être ajustées à des distributions exclusives ou partiellement simultanées.

## 10.2 Statistiques de résistance pour d'autres géométries

### 10.2.1 Non-uniformité de la contrainte

On suppose habituellement que la fibre de verre est parfaitement circulaire avec un rayon  $a_f$  constant sur la longueur  $L$  (bien que des non-uniformités puissent être corrigées en principe). L'effet du revêtement sur les calculs de la contrainte est souvent négligé ou bien n'est pris en compte que de façon approximative. Jusqu'à maintenant, le présent document se référait à une tension longitudinale dans laquelle la contrainte est appliquée de façon uniforme sur toute la longueur de la fibre. La contrainte est alors égale à la fraction [tension/ $(\pi a_f^2)$ ]. Dans le cas d'une contrainte non uniforme, l'exposant de la probabilité de survie dans l'équation (10.1.5) pour des distributions unimodales voit  $S^m L$  remplacé par l'intégrale au-dessus de la surface de l'échantillon (en supposant que les défauts intérieurs sont négligeables):

$$I = \int_A S^m(A) dA \quad (10.2.1)$$

Deux configurations ont été couramment traitées mathématiquement comme dans les références [15] et [16].

### 10.1.2 Bimodal probability distribution

If there are two flaw types, there are two main ways of statistically describing them according to reference [14]. With concurrent flaw distributions, both flaw types are present in all specimens. This is the case with specimens from one manufacturer. Here, the survival probability distribution is the product of the individual survival probability distributions for each flaw type. With exclusive flaw distributions, a given specimen may contain only one flaw type. An example would be specimens from two manufacturers. In this case, the survival probability distribution is the sum of the individual survival probability distributions for each flaw type. Partially concurrent distributions can also be modelled.

Fibre flaws are likely of the concurrent type so that the Weibull assumption of equation (10.1.5) becomes

$$P(S, L) = \exp \left[ - \left( \frac{S}{S_{01}} \right)^{m_1} \frac{L}{L_{01}} - \left( \frac{S}{S_{02}} \right)^{m_2} \frac{L}{L_{02}} \right] \quad (10.1.11)$$

Here  $(m_1, S_{01})$  and  $(m_2, S_{02})$  characterize each flaw while gauge lengths  $L_{01}, L_{02}$  provide a weighting factor for the two flaw types. This type of distribution can describe the "knee" found in plotting measured data. The steeper distribution of high-strength breaks is attributable to silica bonding, and this is the region of "intrinsic" flaws. The lower-slope distribution of low-strength "extrinsic" flaws is introduced during the manufacturing process. Proof testing will generally affect only the latter segment of the population distribution.

Plots with negative curvature can be fit to exclusive or partially concurrent distributions.

## 10.2 Strength statistics in other geometries

### 10.2.1 Stress non-uniformity

It is usually assumed that the glass fibre is perfectly circular with a radius  $a_f$  constant with length  $L$  (although non-uniformities can be corrected for in principle). The effect of the coating on stress calculation is often neglected or only approximately accounted for. The treatment in the text until now has been for longitudinal tension in which the stress is uniformly applied along the fibre length. Stress then equals the fraction [tension/ $(\pi a_f^2)$ ]. With non-uniform stress, the exponent in the survival probability in equation (10.1.5) for unimodal distributions has  $S^m L$  replaced by the integral over the sample surface (assuming interior flaws are negligible):

$$I = \int_A S^m(A) dA \quad (10.2.1)$$

Two configurations have commonly been treated mathematically as in references [15] and [16].



### 10.2.2 Courbure uniforme

Ici, une courbure d'un rayon  $R$  (par rapport à l'axe de la fibre) est appliquée uniformément le long d'une longueur  $L_b$  de la fibre, comme si celle-ci était enroulée autour d'un mandrin. La contrainte appliquée qui en résulte est uniforme le long de la longueur courbée de la fibre, mais varie sur la surface de la fibre de la façon suivante

$$\sigma_a(\theta) = \sigma_{\max} \sin \theta \quad (10.2.2)$$

Dans la section transversale de la fibre, l'angle  $\theta$  est formé avec l'axe perpendiculaire au plan de la courbure et passant à travers l'axe de la fibre. La contrainte maximale se produit le long d'une ligne située à l'extérieur de la courbure de la fibre et dans le plan de la courbure. Elle a la valeur

$$\sigma_{\max}(R) = E_0 \left( 1 + \frac{9}{4} \frac{a_f}{R} \right) \frac{a_f}{R} \quad (10.2.3)$$

en utilisant l'effet non linéaire de l'équation (7.4.1) avec une correction géométrique tirée de la référence [4]. Pour une fibre d'un diamètre  $2a_f = 125 \mu\text{m}$ , l'erreur dans le calcul de la contrainte lorsqu'on néglige le terme non linéaire est supérieure à 1 % quand le diamètre de courbure  $2R$  est inférieur à 28 mm environ. Une contrainte maximale de 0.7 GPa correspond à un diamètre de courbure d'environ 13 mm (en fonction de la valeur présumée du module de Young).

L'élément de surface pour l'intensité de contrainte indiquée ci-dessus est

$$dA = L_b a_f d\theta \quad (10.2.4)$$

L'intégration selon l'équation (10.2.1) donne des formes de Weibull similaires à l'équation (10.1.5) et aux équations ultérieures (10.3.1) et (10.4.1), mais avec la longueur de courbure remplacée par la *longueur de traction équivalente*

$$L = \frac{L_b}{\pi} \int_0^{\pi} \sin^x \theta d\theta \quad (10.2.5)$$

Ceci définit la longueur sous une tension droite uniforme à la contrainte maximale  $\sigma_{\max}$  et donne la même distribution de probabilité que pour la longueur réelle sous courbure uniforme. Ce résultat s'applique à la distribution de Weibull statique approximative de l'équation (10.3.2) et à la distribution de Weibull dynamique approximative de l'équation (10.4.2). Ce résultat ne s'applique pas aux distributions obtenues après essai de sélection des équations (10.5.6), (10.6.2), et (10.7.2).

Un meilleur ajustement de l'équation (10.2.5) est

$$L \approx 0,4 \frac{L_b}{\sqrt{x}} \quad (10.2.6)$$

un résultat indépendant du rayon de courbure. Dans cette équation on trouve le facteur

$$x = \frac{mn}{n-2} = m_s n = \frac{m_d n}{n+1} \quad (10.2.7)$$

en utilisant, respectivement, les paramètres de fatigue dynamique, statique et inerte. La longueur équivalente correspond à une fraction de la longueur de courbure réelle.

### 10.2.2 Uniform bending

Here a bend of radius  $R$  (with respect to the fibre axis) is applied uniformly along a fibre length  $L_b$  as around a mandrel. The resulting applied stress is uniform along the bent fibre length, but it varies on the fibre surface as

$$\sigma_a(\theta) = \sigma_{\max} \sin \theta \quad (10.2.2)$$

In the cross-part of the fibre, the angle  $\theta$  is with the axis perpendicular to the bend plane and passing through the fibre axis. The maximum stress occurs along a line on the outside of the fibre bend and in the plane of the bend. It has the value

$$\sigma_{\max}(R) = E_0 \left( 1 + \frac{9}{4} \frac{a_f}{R} \right) \frac{a_f}{R} \quad (10.2.3)$$

using the non-linear effect of equation (7.4.1) with a geometrical correction from reference [4]. For a fibre with a diameter  $2a_f = 125 \mu\text{m}$ , the error in calculating stress while neglecting the non-linear term exceeds 1 % when the bend diameter  $2R$  is less than about 28 mm. Also, a maximum stress of 0,7 GPa corresponds to a bend diameter of about 13 mm (depending upon the assumed value of Young's modulus).

The incremental area at the above stress is

$$dA = L_b a_f d\theta \quad (10.2.4)$$

Integration according to equation (10.2.1) leaves the Weibull forms similar to equation (10.1.5) and to the later equations (10.3.1), and (10.4.1), but with the bend length replaced by the equivalent tensile length

$$L = \frac{L_b}{\pi} \int_0^{\pi} \sin^x \theta d\theta \quad (10.2.5)$$

This defines the length in uniform straight tension at the maximum stress  $\sigma_{\max}$  giving the same probability distribution as for the real length under uniform bending. This result applies to the approximate Weibull static distribution of equation (10.3.2) and to the approximate Weibull dynamic distribution of equation (10.4.2). It does not apply to those distributions after proof-testing in equations (10.5.6), (10.6.2), and (10.7.2).

A better fit for equation (10.2.5) is

$$L \approx 0,4 \frac{L_b}{\sqrt{x}} \quad (10.2.6)$$

a result independent of the bend radius. In this equation there is the factor

$$x = \frac{mn}{n-2} = m_s n = \frac{m_d n}{n+1} \quad (10.2.7)$$

using inert, static fatigue, and dynamic fatigue parameters, respectively. The equivalent length is some fraction of the real bend length.

### 10.2.3 Flexion en deux points

Dans la flexion en deux points la fibre est courbée en «U» entre des tôles plates parallèles. La tension est non uniforme à la fois dans la section transversale et dans la longueur de la fibre. Elle atteint une valeur maximale au point milieu de la partie extérieure de la courbure. Similaire à celle que donne l'équation (10.2.3) et comme celle de la référence [4] cette valeur est d'environ

$$\sigma_{\max}(D) = 2,4E_0 \left( 1 + 0,51 \frac{a_f}{D} \right) \frac{a_f}{D} \quad (10.2.8)$$

où  $D$  représente la séparation des axes de la fibre dans les portions droites de la courbure en «U». De plus, la longueur de traction équivalente diminue au fur et à mesure que la contrainte augmente, et l'analyse devient très complexe comme dans la référence [15]. On calcule un éventail de longueurs de seulement 10  $\mu\text{m}$  à 30  $\mu\text{m}$  aux contraintes de défaillance typiques, mais la longueur équivalente est difficile à déterminer avec précision.

Considérer maintenant la façon dont les essais de fatigue de l'article 8, conduits dans des environnements actifs ou inertes (ambiant ou hostile), affectent la distribution de probabilité de Weibull inerte présentée en 10.1. Rajouter ensuite les essais de sélection décrits à l'article 9, qui affectent principalement la région extrinsèque de faible résistance de la distribution bimodale. Nous montrons comment les essais de fatigue statique et dynamique préservent tous deux la nature linéaire de la distribution, tandis que les essais de sélection la déforment et la tronquent.

Néanmoins, dans les essais de fatigue, la contrainte appliquée et la contrainte de défaillance sont habituellement supérieures à la contrainte de sélection. Ceci n'est pas le cas dans la plupart des conditions pratiques de service à long terme. Les paramètres de Weibull obtenus de cette façon s'appliquent uniquement au segment de forte résistance d'une distribution bimodale, et ne peuvent être extrapolés pour s'appliquer aux valeurs de probabilité de défaillance plus faible. Pour obtenir des valeurs qui s'appliquent au segment de faible résistance en incluant la région de la contrainte de sélection, de plus grandes longueurs de fibre doivent être soumises à l'essai. Un exemple est donné en 8.2.2.

### 10.3 Fatigue statique de Weibull avant essai de sélection

Pour une valeur particulière de contrainte  $\sigma_a$  appliquée à une longueur de fibre  $L$ , une certaine variation statistique se manifeste dans les durées de vie jusqu'à la défaillance mesurées  $t_f$ . La résistance initiale avant la fatigue statique est donnée par l'équation (8.3.4), qui, substituée dans l'équation de probabilité de Weibull (10.1.5) donne la probabilité de survie statique

$$P(t_f) = \exp \left[ - \left( \frac{t_f + \frac{B}{\sigma_a^2}}{t_0} \right)^{m_s} \right] \quad (10.3.1)$$

$$\approx \exp \left[ - \left( \frac{t_f}{t_0} \right)^{m_s} \right] \text{ lorsque } t_f \gg \frac{B}{\sigma_a^2} \quad (10.3.2)$$

### 10.2.3 Two-point bending

Here the fibre is bent between parallel flat plates in a "U" fashion. The tension is non-uniform both in the fibre cross-part and length and reaches a maximum value at the mid-point of the outside of the bend. Similar to equation (10.2.3) and as in reference [4] that value is about

$$\sigma_{\max}(D) = 2,4E_0 \left( 1 + 0,51 \frac{a_f}{D} \right) \frac{a_f}{D} \quad (10.2.8)$$

where  $D$  is the separation of the fibre axes in the straight portions of the "U". Moreover, the equivalent tensile length decreases as that stress increases, and the analysis becomes very complicated as in reference [15]. One calculates a length range of only 10  $\mu\text{m}$  to 30  $\mu\text{m}$  at typical failure strains, but the precise equivalent length is difficult to determine.

Now consider how the fatigue testing of clause 8, carried out in non-inert active (ambient or hostile) environments, affects the inert Weibull probability distribution introduced in 10.1. Then add the proof testing of clause 9 which affects mainly the low-strength extrinsic region of the bimodal distribution. We show how both static and dynamic fatigue testing preserve the linear nature of the distribution, but proof testing distorts and truncates it.

However, in fatigue testing the applied stress and the failure stress are usually larger than the proof test stress. This is not so for most practical longer-term service conditions. The Weibull parameters obtained this way apply only to the high-strength segment of a bimodal distribution, and cannot be extrapolated to lower failure probability values. To obtain values that apply to the lower-strength segment including the proof test stress region, longer fibre lengths must be tested. An example is given in 8.2.2.

### 10.3 Weibull static fatigue before proof testing

For a particular value of stress  $\sigma_a$  applied to a fibre length  $L$ , there is some statistical variation in the measured failure lifetimes  $t_f$ . The initial strength prior to static fatigue is given by equation (8.3.4), which substituted into the Weibull probability equation (10.1.5) leaves the static survival probability

$$P(t_f) = \exp \left[ - \left( \frac{t_f + \frac{B}{\sigma_a^2}}{t_0} \right)^{m_s} \right] \quad (10.3.1)$$

$$\approx \exp \left[ - \left( \frac{t_f}{t_0} \right)^{m_s} \right] \text{ when } t_f \gg \frac{B}{\sigma_a^2} \quad (10.3.2)$$

(La forme approximative courante (10.3.2) est équivalente à l'équation (5) de la référence [17].) Ici, le paramètre statique de Weibull est relié à la valeur  $m$  «inerte» (qui n'est pas habituellement connue) par le biais de

$$m_s = \frac{m}{n-2} \quad (10.3.3)$$

Le paramètre de Weibull d'échelonnage du temps est

$$t_0 = \frac{\beta}{\frac{1}{L^{m_s} \sigma_a^n}} \quad (10.3.4)$$

où

$$\beta = BS_0^{n-2} L_0^{m_s} \quad (10.3.5)$$

Ces valeurs dépendent de plusieurs paramètres de fissure et de mesure et peuvent être calculées à partir des essais de fatigue statique sur des longueurs de fibre en essai  $L_0$  pour plusieurs contraintes appliquées, comme indiqué en 8.1.

A partir de toute valeur de probabilité, il est possible de calculer

$$t_0 = \left[ t_f + \frac{B}{\sigma_a^2} \ln \frac{1}{P(t_f)} \right]^{\frac{1}{m_s}} \quad (10.3.6)$$

Un point approprié est «l'intersection» pour un temps de défaillance unité;  $e^{-1}$  (36,8 %) ou  $\frac{1}{2}$  (qui correspond à la durée de vie médiane) sont des valeurs de probabilité appropriées. De plus, à partir de l'équation (10.3.1) on obtient

$$\ln - \ln \frac{1}{P(t_f)} = m_s \ln \left[ \frac{t_f + \frac{B}{\sigma_a^2}}{t_0} \right] \quad (10.3.7)$$

si bien qu'une courbe de probabilité de défaillance cumulée graduée en fonction du temps de défaillance donne une ligne droite de pente  $m_s$ . Ceci préserve la forme de l'équation inerte (10.1.5) et est montré de façon schématique dans la figure 13 pour une distribution bimodale.

(The usual approximate form (10.3.2) is equivalent to equation (5) of reference [17].) Here the static Weibull parameter is related to the "inert"  $m$ -value (not usually known) via

$$m_s = \frac{m}{n-2} \quad (10.3.3)$$

The Weibull time-scaling parameter is

$$t_0 = \frac{\beta}{\frac{1}{L^{m_s} \sigma_a^n}} \quad (10.3.4)$$

where

$$\beta = BS_0^{n-2} L_0^{m_s} \quad (10.3.5)$$

These depend upon several crack and measurement parameters and can be calculated from static fatigue testing on gauge fibre lengths  $L_0$  at several applied stresses according to 8.1.

From any probability value one can calculate

$$t_0 = \left( t_f + \frac{B}{\sigma_a^2} \right) \left[ \ln \frac{1}{P(t_f)} \right]^{\frac{1}{m_s}} \quad (10.3.6)$$

A convenient point is the "intercept" for unity failure time; convenient probability values are  $e^{-1}$  (36,8 %) or  $\frac{1}{2}$  (corresponding to the median lifetime). Furthermore, from equation (10.3.1) one obtains

$$\ln \ln \frac{1}{P(t_f)} = m_s \ln \left[ \frac{t_f + \frac{B}{\sigma_a^2}}{t_0} \right] \quad (10.3.7)$$

so that a scaled cumulative failure probability plot versus failure time leaves a straight line of slope  $m_s$ . This preserves the form of the inert equation (10.1.5) and is shown schematically in figure 13 for a bimodal distribution.

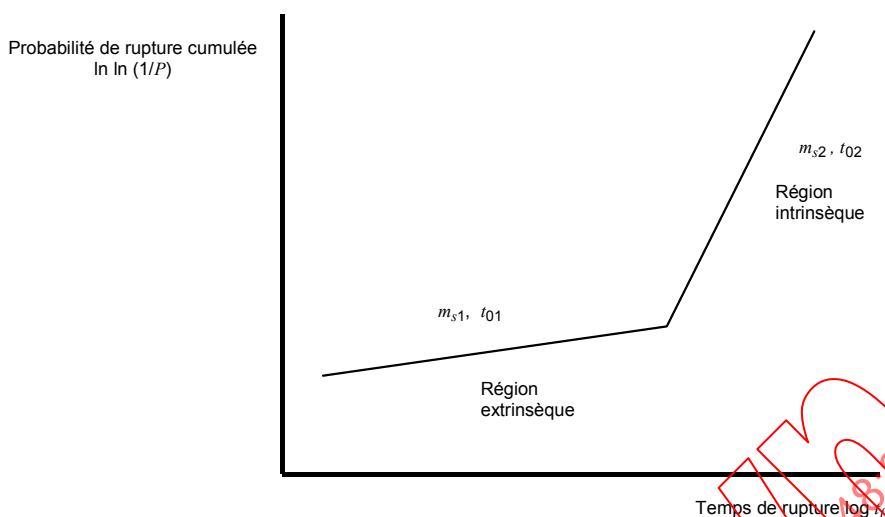


Figure 13 – Diagramme schématique de Weibull de fatigue statique

#### 10.4 Fatigue dynamique de Weibull avant essai de sélection

Pour une valeur particulière de taux de contrainte  $\dot{\sigma}_a$  appliqué à une longueur de fibre  $L$ , une certaine variation statistique se manifeste dans les contraintes de défaillance  $\sigma_f$  mesurées. La résistance initiale avant essai de fatigue dynamique est donnée par l'équation (8.3.5), qui, substituée dans l'équation de probabilité de Weibull (10.1.5) donne la probabilité de survie dynamique

$$P(\sigma_f) = \exp \left\{ - \left[ \frac{\sigma_f}{\sigma_0} \left[ 1 + \frac{(n+1)B\sigma_a}{\sigma_f^3} \right]^{\frac{1}{n+1}} \right]^{m_d} \right\} \quad (10.4.1)$$

$$\approx \exp \left[ - \left( \frac{\sigma_f}{\sigma_0} \right)^{m_d} \right] \text{ lorsque } \sigma_f^3 \gg (n+1)B\sigma_a \quad (10.4.2)$$

(La forme approximative courante (10.4.2) est équivalente à l'équation (6) de la référence [17].) Ici, le paramètre dynamique de Weibull est relié à la valeur  $m$  «inerte» (qui n'est pas habituellement connue) par le biais de

$$m_d = \left( \frac{n+1}{n-2} \right) m \quad (10.4.3)$$

Le paramètre de Weibull d'échelonnage des contraintes est

$$\sigma_0 = \frac{[(n+1)\beta\dot{\sigma}_a]^{\frac{1}{n+1}}}{L^{\frac{1}{m_d}}} \quad (10.4.4)$$

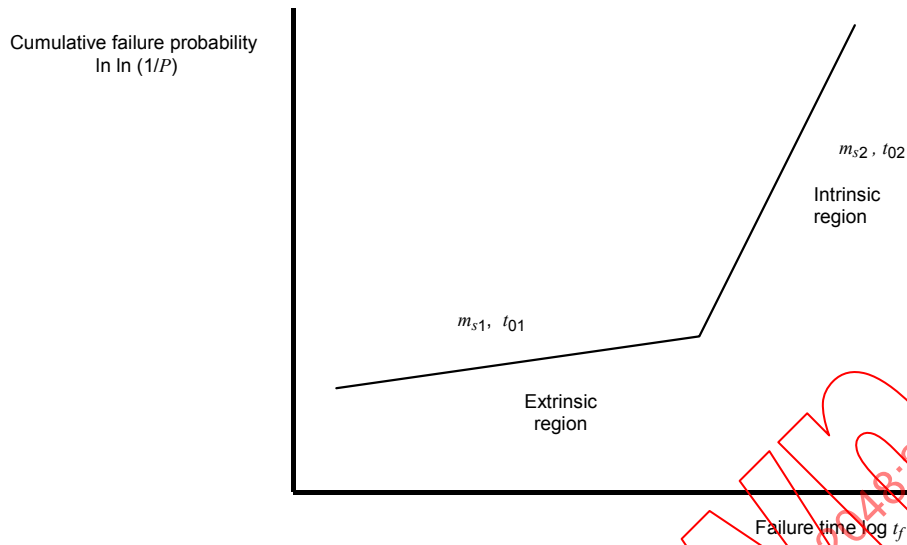


Figure 13 – Static fatigue schematic Weibull plot

#### 10.4 Weibull dynamic fatigue before prooftesting

For a particular value of stress rate  $\dot{\sigma}_a$  applied to a fibre length  $L$ , there is some statistical variation in the measured failure stresses  $\sigma_f$ . The initial strength prior to dynamic fatigue is given by equation (8.3.5), which substituted into the Weibull probability equation (10.1.5) leaves the dynamic survival probability

$$P(\sigma_f) = \exp \left\{ - \left[ \frac{\sigma_f}{\sigma_0} \right] \left[ 1 + \frac{(n+1)B\dot{\sigma}_a}{\sigma_f^3} \right]^{\frac{1}{n+1}} \right\}^{m_d} \quad (10.4.1)$$

$$\approx \exp \left[ - \left( \frac{\sigma_f}{\sigma_0} \right)^{m_d} \right] \quad \text{when } \sigma_f^3 \gg (n+1)B\dot{\sigma}_a \quad (10.4.2)$$

(The usual approximate form (10.4.2) is equivalent to equation (6) of reference [17].) Here the dynamic Weibull parameter is related to the "inert"  $m$ -value (not usually known) via

$$m_d = \left( \frac{n+1}{n-2} \right) m \quad (10.4.3)$$

The Weibull stress-scaling parameter is

$$\sigma_0 \frac{[(n+1)B\dot{\sigma}_a]^{\frac{1}{n+1}}}{L^{\frac{1}{m_d}}} \quad (10.4.4)$$



où

$$\beta = BS_0^{n-2} L_0^{\frac{n+1}{m_d}} \quad (10.4.5)$$

Ces valeurs dépendent de plusieurs paramètres de fissure et de mesure et peuvent être calculées à partir des essais de fatigue dynamique sur une longueur de fibre  $L_0$  pour plusieurs taux de contrainte appliquée, comme indiqué en 8.2.

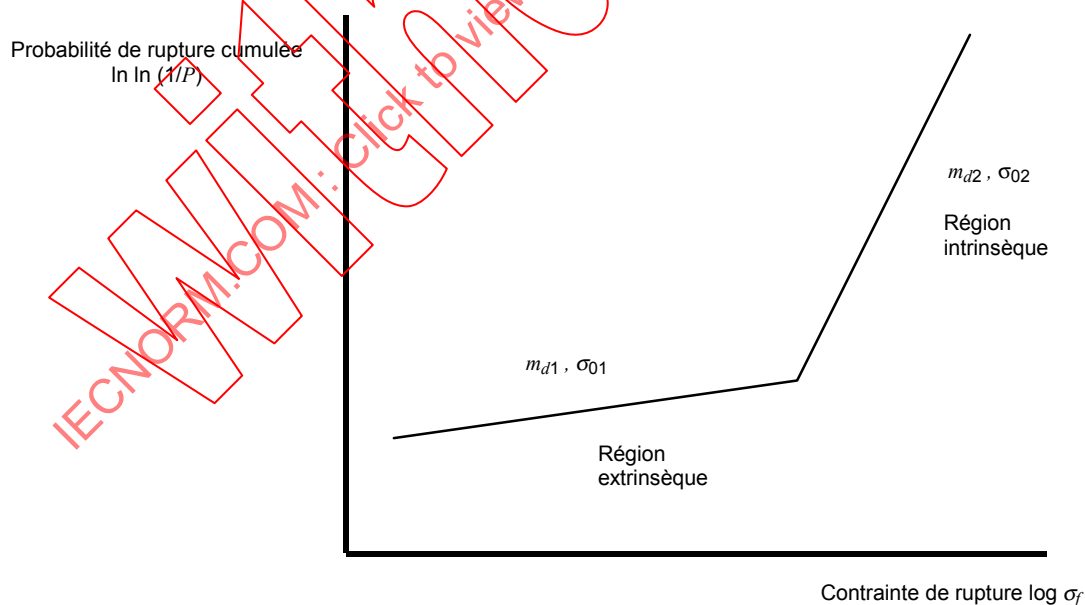
A partir de toute valeur de probabilité, il est possible de calculer

$$\sigma_0 = \sigma_f \left[ \ln \frac{1}{P(\sigma_f)} \right]^{-\frac{1}{m_d}} \left[ 1 + \frac{(n+1)B\sigma_a}{\sigma_f^3} \right] \quad (10.4.6)$$

Un point approprié est «l'intersection» pour une contrainte de défaillance unité,  $e^{-1}$  (36,8 %) ou  $\frac{1}{2}$  (qui correspond à la contrainte de défaillance médiane) sont des valeurs de probabilité appropriées. De plus, à partir de l'équation (10.4.1) on obtient

$$\ln \ln \frac{1}{P(\sigma_f)} = m_d \ln \frac{\sigma_f}{\sigma_0} + \frac{m_d}{n+1} \left[ 1 + \frac{(n+1)B\sigma_a}{\sigma_f^3} \right] \quad (10.4.7)$$

si bien qu'une courbe de probabilité de défaillance cumulée graduée en fonction de la contrainte de défaillance donne une ligne droite de pente  $m_d$ . Ceci préserve la forme de l'équation inerte (10.1.5) et est montré de façon schématique dans la figure 14 appliquée à une distribution bimodale.



**Figure 14 – Diagramme schématique de Weibull de fatigue dynamique**

A partir des équations (10.3.3) et (10.4.3), les paramètres statique et dynamique de Weibull sont reliés par

$$m_d = (n + 1)m_s \quad (10.4.8)$$

where

$$\beta = BS_0^{n-2} L_0^{\frac{n+1}{m_d}} \quad (10.4.5)$$

These depend upon several crack and measurement parameters and can be calculated from dynamic fatigue testing on a fibre length  $L_0$  at several applied stress rates according to 8.2.

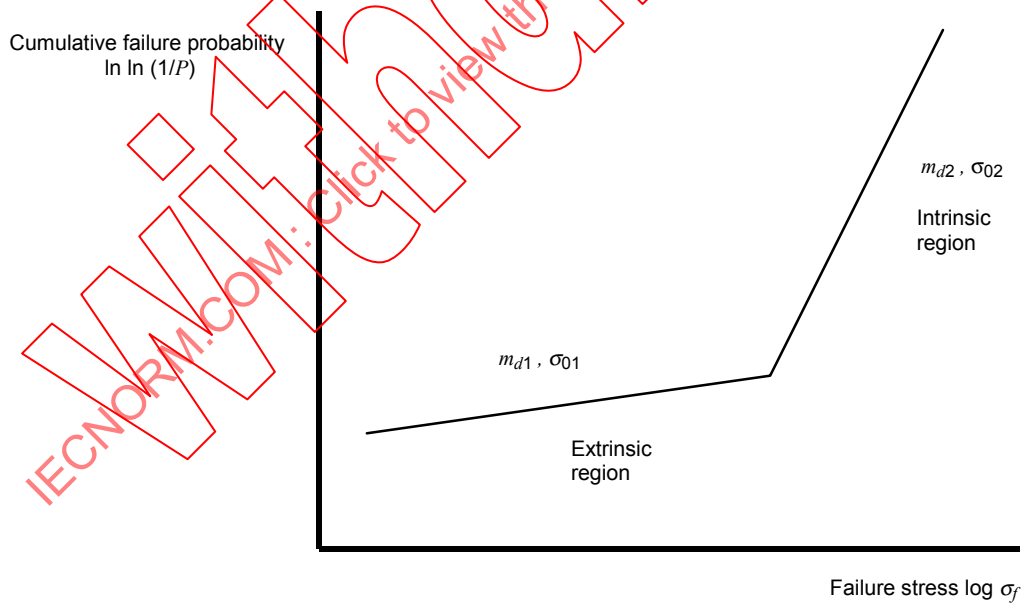
From any probability value one can calculate

$$\sigma_0 = \sigma_f \left[ \ln \frac{1}{P(\sigma_f)} \right]^{\frac{1}{m_d}} \left[ 1 + \frac{(n+1)B\sigma_a}{\sigma_f^3} \right] \quad (10.4.6)$$

A convenient point is the "intercept" for unity failure stress; convenient probability values are  $e^{-1}$  (36,8 %) or  $\frac{1}{2}$  (corresponding to the median failure stress). Furthermore, from equation (10.4.1) one obtains

$$\ln -\ln \frac{1}{P(\sigma_f)} = m_d \ln \frac{\sigma_f}{\sigma_0} + \frac{m_d}{n+1} \left[ 1 + \frac{(n+1)B\sigma_a}{\sigma_f^3} \right] \quad (10.4.7)$$

so that a scaled cumulative failure probability plot versus failure stress leaves a straight line of slope  $m_d$ . This preserves the form of the inert equation (10.1.5) and is shown schematically in figure 14 for a bimodal distribution.



**Figure 14 – Dynamic fatigue schematic Weibull plot**

From equations (10.3.3) and (10.4.3), the static and dynamic Weibull parameters are related by

$$m_d = (n + 1)m_s \quad (10.4.8)$$

Puis, en comparant les équations (10.3.4) et (10.4.4), les paramètres statique et dynamique de Weibull sont reliés par

$$\sigma_0^{n+1} = (n+1)\dot{\sigma}_a \sigma_a^n t_0 \quad (10.4.9)$$

Ceci est analogue à la relation des intersections pour les courbes de fatigue statique et dynamique donnée par l'équation (8.3.1).

## 10.5 Weibull après essai de sélection

Ce paragraphe montre comment les distributions de résistance «passive» traitées en 10.1 sont modifiées par la procédure d'essai de sélection. Les essais de fatigue explorent la probabilité de survie des fibres en rompant de nombreux échantillons d'une longueur en essai limitée. Au contraire, les essais de sélection sont appliqués à la longueur totale de la fibre, dans le but de rompre uniquement les fissures dont la résistance est inférieure à une valeur minimale spécifiée. Comme cela est détaillé ci-dessous, ceci accroît la probabilité de survie du restant de la fibre utilisable.

En tant que fonction de la résistance finale  $S_p$  après essai de sélection, la probabilité de survie accrue  $P_p$  est égale à la probabilité de survie en fonction de la résistance initiale  $S$  avant essai de sélection, divisée par la probabilité de survie en fonction de la résistance initiale minimale  $S_{\min}$  au niveau de la contrainte de sélection:

$$P_p(S_p) = \frac{P(S)}{P(S_{\min})} \quad (10.5.1a)$$

Nous utilisons maintenant l'équation inerte de Weibull (10.1.5), bien que l'équation bimodale (10.1.11) s'applique généralement. Néanmoins, dans la région de défaut «extrinsèque» comparativement faible autour du niveau de la contrainte de sélection, le premier terme unimodal prédominera, et l'on a

$$\ln \frac{1}{P_p(S_p)} = \left( \frac{S^m - S_{\min}^m}{S_0^m} \right) \frac{L}{L_0} \quad (10.5.1b)$$

Pour simplifier, nous supprimerons les diverses variables implicites dans  $P_p$ , et nous utiliserons  $\ln \frac{1}{P_p}$  afin d'éliminer les fonctions exponentielles et de réduire le nombre de parenthèses.

Le membre droit d'une telle équation est toujours non négatif, et zéro pour une survie assurée  $P_p = 1$ . Si la probabilité de défaillance  $F_p = 1 - P_p < 10^{-3}$ , qui constitue en général la région présentant un intérêt pratique, le terme  $\ln \frac{1}{P_p}$  peut être remplacé par  $F_p$  avec une exactitude

de 0,5 % ou plus.

La résistance initiale minimale au niveau de la contrainte de sélection est reliée au nombre de défaillances par unité de longueur (taux de défaillance) au cours de l'essai de sélection, obtenu au moyen des équations (10.1.4) et (10.1.5):

$$N_p = \left( \frac{S_{\min}}{S_0} \right)^m \frac{1}{L_0} \quad (10.5.2)$$

Then comparing equations (10.3.4) and (10.4.4), the static and dynamic Weibull parameters are related by

$$\sigma_0^{n+1} = (n+1) \dot{\sigma}_a \sigma_a^n t_0 \quad (10.4.9)$$

This is analogous to the relation of static and dynamic plot intercepts given by equation (8.3.1).

### 10.5 Weibull after prooftesting

Here it is shown how the "inert" strength distributions of 10.1 are modified by the prooftest procedure. Fatigue testing probes fibre survival probability by breaking many samples of limited gauge length. On the other hand, prooftesting is applied to the whole fibre length, with the intent of breaking only the cracks with a strength below some specified minimum value. As discussed below, this enhances the survival probability of the remaining usable fibre.

As a function of final strength  $S_p$  after prooftesting, the enhanced survival probability  $P_p$  equals the survival probability as a function of initial strength  $S$  before prooftesting, divided by the survival probability as a function of the minimum initial strength  $S_{\min}$  at the prooftest stress:

$$P_p(S_p) = \frac{P(S)}{P(S_{\min})} \quad (10.5.1a)$$

Now we use the inert Weibull equation (10.1.5), though the bimodal equation (10.1.11) usually applies. However, in the comparatively weak "extrinsic" flaw region around the prooftest level, the first unimodal term there will predominate, and one has

$$\ln \frac{1}{P_p(S_p)} = \left( \frac{S_p^m - S_{\min}^m}{S_0^m} \right) \frac{L}{L_0} \quad (10.5.1b)$$

For simplification we will suppress the several variables implicit in  $P_p$ , and will use  $\ln \frac{1}{P_p}$  to eliminate the exponential functions and reduce the number of brackets.

The right side of such an equation is always non-negative, and zero for certain survival  $P_p = 1$ . If the failure probability  $F_p = 1 - P_p < 10^{-3}$ , which is generally the region of practical interest, the term  $\ln \frac{1}{P_p}$  may be replaced by  $F_p$  to within an accuracy of 0,5 % or better.

The minimum initial strength at the prooftest stress level is related to the number of failures per unit length (breakrate) during prooftesting, obtained by equations (10.1.4) and (10.1.5):

$$N_p = \left( \frac{S_{\min}}{S_0} \right)^m \frac{1}{L_0} \quad (10.5.2)$$

Ensuite l'équation (10.1.5b) devient

$$\ln \frac{1}{P_p(S_p)} = N_p L \left[ \left( \frac{S}{S_{\min}} \right)^m L_0 \right] \quad (10.5.3)$$

(Cette forme est équivalente à l'équation (19) de la référence [8].) En calculant la moyenne par rapport à la longueur on observe que  $N_p$  est le taux de défaillance *moyen*, qui doit être idéalement un nombre peu élevé. Il est commode de définir la longueur de survie moyenne après essai de sélection:

$$L_p = \frac{1}{N_p} = \left( \frac{S_0}{S_{\min}} \right)^m L_0 \quad (10.5.4)$$

en utilisant l'équation (10.5.2), idéalement un nombre élevé.

Pour les équations données ci-dessus, l'équation (9.2.1) permet de relier la résistance avant essai de sélection à la résistance après essai de sélection; elle permet aussi de relier leurs valeurs minimales comme suit

$$S_{p\min}^{n-2} = S_{\min}^{n-2} - \frac{\sigma_p^n t_p}{B} \quad (10.5.5)$$

où la résistance minimale des fissures qui survivent juste à l'application de la contrainte de sélection est donnée par les équations (9.3.5) ou (9.3.10), en fonction de la valeur de  $\alpha$ . En utilisant les équations (9.2.1) et (10.5.5), les équations (10.1.5b) et (10.5.3) donnent la distribution de probabilité de survie après essai de sélection:

$$\ln \frac{1}{P_p(S_p)} = \left\{ \left( BS_p^{n-2} + \sigma_p^n t_p \right)^{\frac{m}{n-2}} - \left[ \sigma_p^n t_p (1+C) \right]^{\frac{m}{n-2}} \right\} \frac{L}{\beta^{\frac{m}{n-2}}} \quad (10.5.6)$$

(L'équation (10.5.6) est équivalente à l'équation (19) de la référence [8].) Le nouveau terme positif supplémentaire sans dimension est défini comme suit

$$C = \frac{BS_{p\min}^{n-2}}{\sigma_p^n t_p} \quad (10.5.7)$$

(Ce terme est équivalent à l'équation (20) de la référence [8].) Pour un retrait rapide de la charge, ceci est

$$C = \frac{\frac{B}{\sigma_p^2} - \frac{t_u}{n+1}}{t_p} \quad \text{lorsque } t_u \leq (n-2) \frac{B}{\sigma_p^2} \quad (10.5.8a)$$

Then equation (10.1.5b) becomes

$$\ln \frac{1}{P_p(S_p)} = N_p L \left[ \left( \frac{S}{S_{\min}} \right)^m L_0 \right] \quad (10.5.3)$$

(This form is equivalent to equation (19) of reference [8].) Taking the mean with respect to length shows that  $N_p$  is the mean breakrate, ideally a small number. It is convenient to define the mean survival length after prooftesting:

$$L_p = \frac{1}{N_p} = \left( \frac{S_0}{S_{\min}} \right)^m L_0 \quad (10.5.4)$$

using equation (10.5.2), ideally a large number.

For the above equations, equation (9.2.1) relates strength before prooftesting to strength after prooftesting; it also relates their minimum values as

$$S_{p\min}^{n-2} = S_{\min}^{n-2} - \frac{\sigma_p^n t_p}{B} \quad (10.5.5)$$

where the minimum strength for cracks just surviving the proof test stress is given by equations (9.3.5) or (9.3.10), depending upon the value of  $\alpha$ . By use of equations (9.2.1) and (10.5.5), equations (10.1.5b) and (10.5.3) become the survival probability distribution after prooftesting:

$$\ln \frac{1}{P_p(S_p)} = \left\{ \left( BS_p^{n-2} + \sigma_p^n t_p \right)^{\frac{m}{n-2}} - \left[ \sigma_p^n t_p (1+C) \right]^{\frac{m}{n-2}} \right\} \frac{L}{\beta^{\frac{m}{n-2}}} \quad (10.5.6)$$

(Equation (10.5.6) is equivalent to equation (19) of reference [8].) The additive dimensionless positive new term is defined as

$$C = \frac{BS_{p\min}^{n-2}}{\sigma_p^n t_p} \quad (10.5.7)$$

(This term is equivalent to equation (20) of reference [8].) For fast unloading this is

$$C = \frac{\frac{B}{\sigma_p^2} - \frac{t_u}{n+1}}{t_p} \quad \text{when } t_u \leq (n-2) \frac{B}{\sigma_p^2} \quad (10.5.8a)$$

et pour un retrait lent de la charge ceci est

$$C = \frac{3}{(n+1)t_p} \left[ \left( \frac{n-2}{t_u} \right)^{n-2} \left( \frac{B}{\sigma_p^2} \right)^{n+1} \right]^{\frac{1}{3}} \quad \text{lorsque } t_u \geq (n-2) \frac{B}{\sigma_p^2} \quad (10.5.8b)$$

Au point de transition entre retrait rapide et retrait lent de la charge, on a la valeur transitionnelle

$$C_0 = \frac{3}{n+1} \frac{B_0}{\sigma_p^2 t_p} = \frac{3}{(n+1)(n-2)} \frac{t_u}{t_p} \quad \text{lorsque } t_u = (n-2) \frac{B_0}{\sigma_p^2} \quad (10.5.8c)$$

$B_0$  est la valeur  $B$  transitionnelle de l'équation (9.3.12). Pour obtenir ce qui précède, l'équation (9.3.2) pour  $\alpha$  et l'équation (9.2.2) pour  $t_p$  ont été utilisées.

Selon l'équation (10.5.7), l'essai de sélection assure une résistance passive dépassant

$$S_p \geq S_{p \min} = \left( \frac{\sigma_p^n t_p}{B} C \right)^{\frac{1}{n-2}} \quad (10.5.9)$$

(En accord avec les équations (9.3.5) et (9.3.11) pour la résistance de survie minimale.) Ceci, avec les équations (10.5.5), (10.5.2) et (10.5.4) donne le taux de défaillance moyen et l'inverse de la longueur de survie moyenne comme suit

$$N_p = \left[ \frac{\sigma_p^n t_p}{\beta} (1+C) \right]^{\frac{m}{n-2}} = \frac{1}{L_p} \quad (10.5.10)$$

La valeur  $\beta$  peut être obtenue à partir des paramètres d'essai de sélection de la façon suivante

$$\beta = \frac{\sigma_p^n t_p (1+C)}{N_p^{\frac{n-2}{m}}} = \sigma_p^n t_p (1+C) L_p^{\frac{m}{n-2}} \quad (10.5.11)$$

De façon alternative, la valeur  $\beta$  peut être obtenue à partir des essais de fatigue, comme cela est montré ci-dessous en 10.6 et 10.7.

A la différence de la situation correspondant à l'équation (10.1.6) qui porte sur la résistance passive sans essai de sélection, une courbe de Weibull après essai de sélection n'est pas linéaire. Selon l'équation (10.5.6) une telle courbe a une pente

$$\text{pente}(S_p) = \frac{m C S_p^{n-2} \left( C S_p^{n-2} + S_{p \min}^{n-2} \right)^{\frac{m}{n-2}-1}}{\left( C S_p^{n-2} + S_{p \min}^{n-2} \right)^{\frac{m}{n-2}} - S_{p \min}^m (1+C)^{\frac{m}{n-2}}} \quad (10.5.12)$$

and for slow unloading this is

$$C = \frac{3}{(n+1)t_p} \left[ \left( \frac{n-2}{t_u} \right)^{n-2} \left( \frac{B}{\sigma_p^2} \right)^{n+1} \right]^{\frac{1}{3}} \quad \text{when } t_u \geq (n-2) \frac{B}{\sigma_p^2} \quad (10.5.8b)$$

At the fast/slow unloading transition point, one has the transitional value

$$C_0 = \frac{3}{n+1} \frac{B_0}{\sigma_p^2 t_p} = \frac{3}{(n+1)(n-2)} \frac{t_u}{t_p} \quad \text{when } t_u = (n-2) \frac{B_0}{\sigma_p^2} \quad (10.5.8c)$$

$B_0$  is the transitional  $B$ -value of equation (9.3.12). To obtain the above, equation (9.3.2) for  $\alpha$  and equation (9.2.2) for  $t_p$  have been used.

By equation (10.5.7), prooftesting ensures an inert strength exceeding

$$S_p \geq S_{p\min} = \left( \frac{\sigma_p^n t_p}{B} C \right)^{\frac{1}{n-2}} \quad (10.5.9)$$

(This agrees with equations (9.3.5) and (9.3.11) for minimum surviving strength.) This, along with equations (10.5.5), (10.5.2) and (10.5.4) gives the prooftesting mean breakrate and reciprocal mean survival length as

$$N_p = \left[ \frac{\sigma_p^n t_p}{\beta} (1+C) \right]^{\frac{m}{n-2}} = \frac{1}{L_p} \quad (10.5.10)$$

The  $\beta$ -value can be obtained from prooftest parameters as

$$\beta = \frac{\sigma_p^n t_p (1+C)}{N_p^{\frac{n-2}{m}}} = \sigma_p^n t_p (1+C) L_p^{\frac{n-2}{m}} \quad (10.5.11)$$

Alternatively, the  $\beta$ -value can be obtained from fatigue testing, as in 10.6 and 10.7 below.

Unlike the situation of equation (10.1.6) for inert strength without prooftesting, a post-proof test Weibull plot is not linear. From equation (10.5.6) such a plot has the slope

$$\text{slope}(S_p) = \frac{m C S_p^{n-2} \left( C S_p^{n-2} + S_{p\min}^{n-2} \right)^{\frac{m}{n-2}-1}}{\left( C S_p^{n-2} + S_{p\min}^{n-2} \right)^{\frac{m}{n-2}} - S_{p\min}^m (1+C)^{\frac{m}{n-2}}} \quad (10.5.12)$$



L'effet de l'essai de sélection est tel que, lorsque la résistance passive augmente à partir de la valeur tronquée de l'équation (10.5.9), la pente décroît rapidement de l'infini vers  $n - 2$  puis vers  $m$  (la pente sans essai de sélection). Pour des distributions bimodales, au niveau des résistances plus faibles, habituellement  $m < n - 2$ ; tandis qu'au niveau des résistances plus fortes habituellement  $m > n - 2$  comme dans la référence [9].

Noter que tandis que la contrainte de sélection et le temps de sélection se rapprochent de zéro, la résistance minimale fait de même. La distribution de probabilité de l'équation (10.5.6) se réduit à la forme linéaire de l'équation (10.1.6) avant essai de sélection.

## 10.6 Fatigue statique de Weibull après essai de sélection

La résistance après essai de sélection, similaire à l'équation (8.3.4) est donnée par

$$S_p^{n-2} = \sigma_a^{n-2} \left( 1 + \frac{\sigma_a^2 t_{fp}}{B} \right) \quad (10.6.1)$$

En substituant ceci dans la probabilité de survie de l'équation (10.5.6), on obtient la distribution statique de Weibull après essai de sélection:

$$\ln \frac{1}{P_p(t_{fp})} = \left\{ \left[ \left( t_{fp} + \frac{B}{\sigma_a^2} \right) \sigma_a^n + t_p \sigma_p^n \right]^{m_s} - \left[ t_p \sigma_p^n (1+C) \right]^{m_s} \right\} \frac{L}{\beta^{m_s}} \quad (10.6.2)$$

A partir des équations (10.3.5) et (10.5.11),

$$\beta^{m_s} = B^{m_s} S_0^m L = \frac{[t_p \sigma_p^n (1+C)]^{m_s}}{N_p} = [t_p \sigma_p^n (1+C)]^{m_s} L_p \quad (10.6.3)$$

Dans l'équation (10.6.2) le numérateur est zéro pour une survie assurée  $P_p = 1$ , ce qui fait que les essais de sélection assurent un temps de défaillance statique

$$t_{fp} \geq t_{fp \min} = t_p \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_a} \right) C - \frac{B}{\sigma_a^2} \quad (10.6.4)$$

(Ce résultat peut aussi être obtenu directement à partir des équations (10.5.9) et (10.6.1).) Avec l'équation (10.5.8a) pour un retrait rapide de la charge ceci devient

$$t_{fp \min} = \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_a} \right)^n \left( \frac{B}{\sigma_p^2} - \frac{t_u}{n+1} \right) - \frac{B}{\sigma_a^2} \quad \text{où } t_u \leq (n-2) \frac{B}{\sigma_p^2} \quad (10.6.5a)$$

et avec l'équation (10.5.8b) pour un retrait lent de la charge ceci devient

$$t_{fp \min} = \frac{3}{n+1} \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_a} \right)^n \left[ \left( \frac{n-2}{t_u} \right)^{n-2} \left( \frac{B}{\sigma_p^2} \right)^{n+1} \right]^{\frac{1}{3}} - \frac{B}{\sigma_a^2} \quad \text{lorsque } t_u \geq (n-2) \frac{B}{\sigma_p^2} \quad (10.6.5b)$$

The effect of proof testing is such that as the inert strength increases from the truncated value of equation (10.5.9), the slope rapidly decreases from infinity to  $n - 2$  and then towards  $m$ , the slope without proof testing. For bimodal distributions, at lower strengths usually  $m < n - 2$ ; at higher strengths usually  $m > n - 2$  according to reference [9].

Note that as the proof test stress and proof time go to zero, so does the minimum strength. The probability distribution of equation (10.5.6) reduces to the linear form of equation (10.1.6) before proof testing.

### 10.6 Weibull static fatigue after proof testing

The post-proof test stress strength similar to equation (8.3.4) is given by

$$S_p^{n-2} = \sigma_a^{n-2} \left( 1 + \frac{\sigma_a^2 t_{fp}}{B} \right) \quad (10.6.1)$$

Substituting this into the survival probability of equation (10.5.6) gives the static Weibull distribution after proof testing:

$$\ln \frac{1}{P_p(t_{fp})} = \left\{ \left[ \left( t_{fp} + \frac{B}{\sigma_a^2} \right) \sigma_a^n + t_p \sigma_p^n \right]^{m_s} - \left[ t_p \sigma_p^n (1+C) \right]^{m_s} \right\} \frac{L}{\beta^{m_s}} \quad (10.6.2)$$

From equations (10.3.5) and (10.5.11),

$$\beta^{m_s} = B^{m_s} S_0^m L = \frac{[\sigma_p^n t_p (1+C)]^{m_s}}{N_p} = [\sigma_p^n t_p (1+C)]^{m_s} L_p \quad (10.6.3)$$

In equation (10.6.2) the numerator is zero for certain survival  $P_p = 1$ , so that proof testing ensures a static failure time

$$t_{fp} \geq t_{fp \min} = t_p \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_a} \right) C - \frac{B}{\sigma_a^2} \quad (10.6.4)$$

(This result can be obtained also directly from equations (10.5.9) and (10.6.1).) With equation (10.5.8a) for fast unloading this becomes

$$t_{fp \min} = \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_a} \right)^n \left( \frac{B}{\sigma_p^2} - \frac{t_u}{n+1} \right) - \frac{B}{\sigma_a^2} \quad \text{where } t_u \leq (n-2) \frac{B}{\sigma_p^2} \quad (10.6.5a)$$

and with equation (10.5.8b) for slow unloading this becomes

$$t_{fp \min} = \frac{3}{n+1} \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_a} \right)^n \left[ \left( \frac{n-2}{t_u} \right)^{n-2} \left( \frac{B}{\sigma_p^2} \right)^{n+1} \right]^{\frac{1}{3}} - \frac{B}{\sigma_a^2} \quad \text{when } t_u \geq (n-2) \frac{B}{\sigma_p^2} \quad (10.6.5b)$$